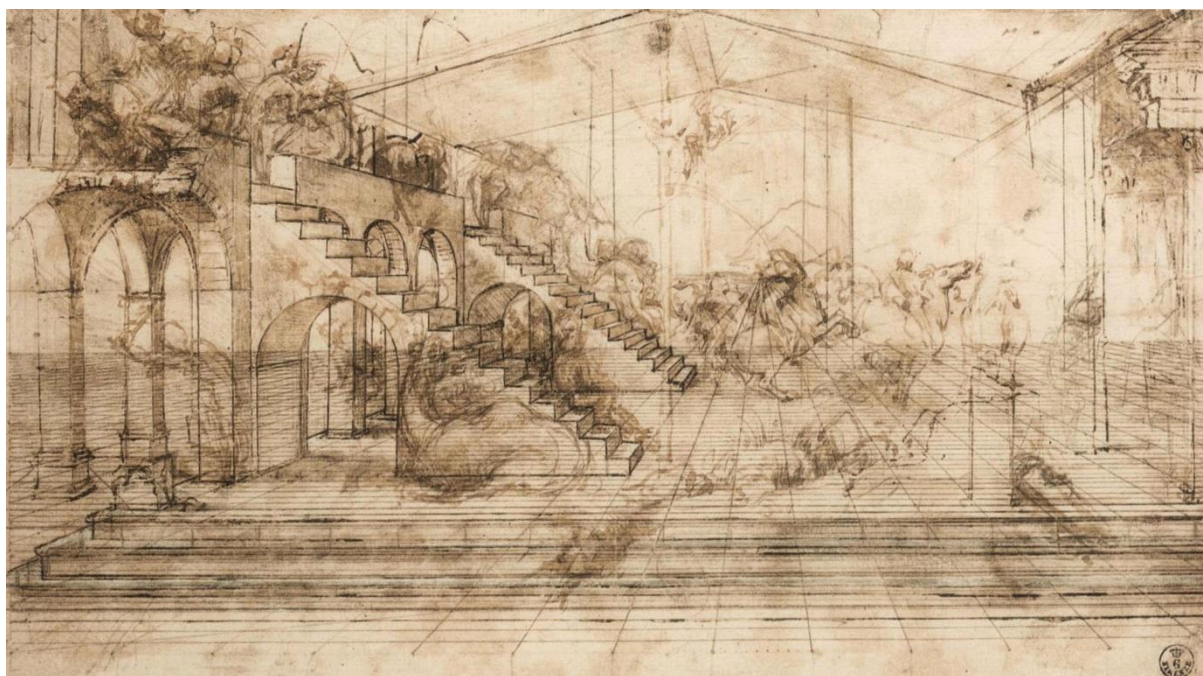


# Leonardo's CAD - La Geometria Svelata (it)

*Dal modulo alla prospettiva: la griglia generativa di Leonardo e il  
Braccio Fiorentino nell'Adorazione dei Magi.  
Una rilettura tecnica del disegno degli Uffizi (inv. 436 E).*

Giancarlo De Leo - · 23 agosto 2025

[www.fuorimag.it](http://www.fuorimag.it)



*Figura 1 – Leonardo da Vinci, studio per l'Adorazione dei Magi (ca. 1481).*

*Riproduzione del disegno Uffizi, inv. 436 E.*

## Abstract

*Il saggio propone un ribaltamento metodologico nell'analisi del disegno preparatorio per l'Adorazione dei Magi di Leonardo da Vinci conservato agli Uffizi.*

*Superando la tesi tradizionale di una maglia prospettica a base quadrata, l'autore dimostra, attraverso l'uso di software CAD e tecniche di retro-ingegneria, come Leonardo abbia adottato una griglia di rettangoli in rapporto armonico 4:3.*

*Questa scoperta non solo risolve storiche incongruenze geometrico-descrittive attribuite al disegno preparatorio — restituendo alle arcate delle scale la loro perfetta forma a tutto sesto coerente con la misura del “braccio fiorentino” — ma svela un’applicazione consapevole di geometrie legate al pentagono e alla sezione aurea.*

*Il lavoro rivendica il notevole rigore logico e matematico di Leonardo, trasformando quello che era ritenuto un errore prospettico in una sofisticata architettura della visione.*

*L’analisi si sviluppa attraverso una sequenza di osservazioni visive direttamente leggibili sul foglio 436E, verifiche CAD e procedimenti di geometria inversa, concepiti come linee di evidenza indipendenti ma convergenti.*

## **Oltre il Quadrato: La griglia 4:3 e la precisione architettonica nell’Adorazione dei Magi**

Negli ultimi decenni l’Adorazione dei Magi di Leonardo da Vinci e il noto disegno preparatorio conservato agli Uffizi sono stati oggetto di analisi prospettiche e di ricostruzioni digitali sempre più sofisticate, che hanno contribuito a chiarire la struttura spaziale del complesso architettonico sullo sfondo.[1][2] In molti di questi studi, il reticolo tracciato da Leonardo sul pavimento è stato interpretato come una griglia regolare di quadrati, proiettata secondo le regole della prospettiva centrale albertiana e assunta come base per la modellazione tridimensionale delle rovine e delle scale.[1]

Il presente lavoro si inserisce in questo filone di ricerche, ma propone una diversa ipotesi interpretativa della griglia soggiacente al foglio degli Uffizi. Attraverso un’analisi geometrica degli elementi bidimensionali paralleli al piano di proiezione del disegno e mediante una successiva verifica tramite ricostruzione prospettica delle architetture 3D in CAD, sovrapposta al foglio, si sostiene che la griglia spaziale adottata da Leonardo non sia una scacchiera di quadrati, bensì una maglia di rettangoli modulata sul braccio fiorentino, con rapporto armonico 4:3 tra lato lungo (trasversale rispetto al punto di vista) e lato corto (longitudinale allo stesso).[4][5][6]

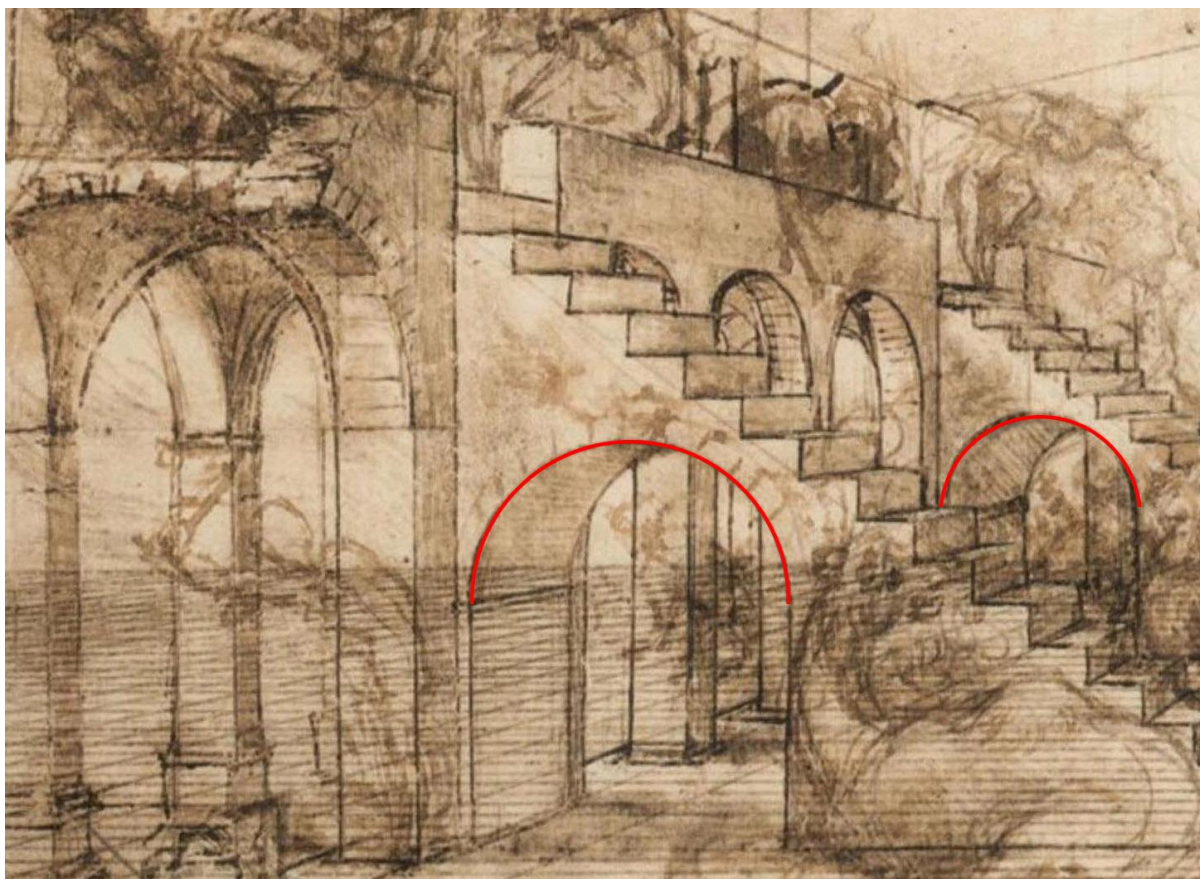
L’interpretazione del reticolato leonardiano come una griglia di quadrati, quando proiettata inversamente in uno spazio tridimensionale CAD, produce infatti una restituzione visibilmente deformata delle arcate tra le scale.

Tale deformazione appare, a nostro avviso, incompatibile con la visione matematica, artistica e architettonica di Leonardo, allora ancora giovane e certamente influenzato dall'ambiente fiorentino della seconda metà del Quattrocento — un contesto dominato dall'eredità di Brunelleschi e delle sue architetture (San Lorenzo, Santo Spirito), caratterizzate da esemplari arcate a tutto sesto, e soprattutto dagli insegnamenti di Leon Battista Alberti nei suoi trattati sulla pittura e sull'architettura.[2][3]

### **Un indizio visivo preliminare: un doppio sistema di arcate?**

Un argomento di immediata evidenza visiva precede qualsiasi verifica CAD e si legge direttamente sul foglio degli Uffizi. Se Leonardo avesse davvero adottato una griglia di quadrati, avrebbe introdotto, nello stesso spazio prospettico del disegno, un doppio sistema di arcate geometricamente incompatibile: le arcate che traforano le scale — visibili in piano parallelo al piano di proiezione e quindi non soggette a deformazione prospettica — sono visibilmente a tutto sesto, mentre le arcate principali, viste in prospettiva e ortogonali alle scale nello spazio rappresentato, risulterebbero ad arco ribassato. Un tale sdoppiamento sarebbe difficilmente credibile in sé, ma diventa del tutto inaccettabile se si considera che quelle stesse arcate principali rivestono “in facciata” gli archi delle rovine classiche: una tipologia che, per definizione — e per esplicita tradizione brunelleschiana e albertiana — adotta il sesto pieno. Attribuire a Leonardo archi ribassati in un contesto architettonico classicheggiante, e per di più in contraddizione con gli archi a tutto sesto visibili nella stessa scena, significa ignorare tutto ciò che il giovane Leonardo aveva assorbito dall'ambiente fiorentino della seconda metà del Quattrocento.





**Figura 2 – Dettaglio delle arcate che traforano le scale.**

*Curvatura evidenziata in rosso sovrapposta al foglio Uffizi inv. 436 E.*

### **Il braccio fiorentino come unità di misura principale, e il rapporto 4:3 (“ $\alpha$ ”)**

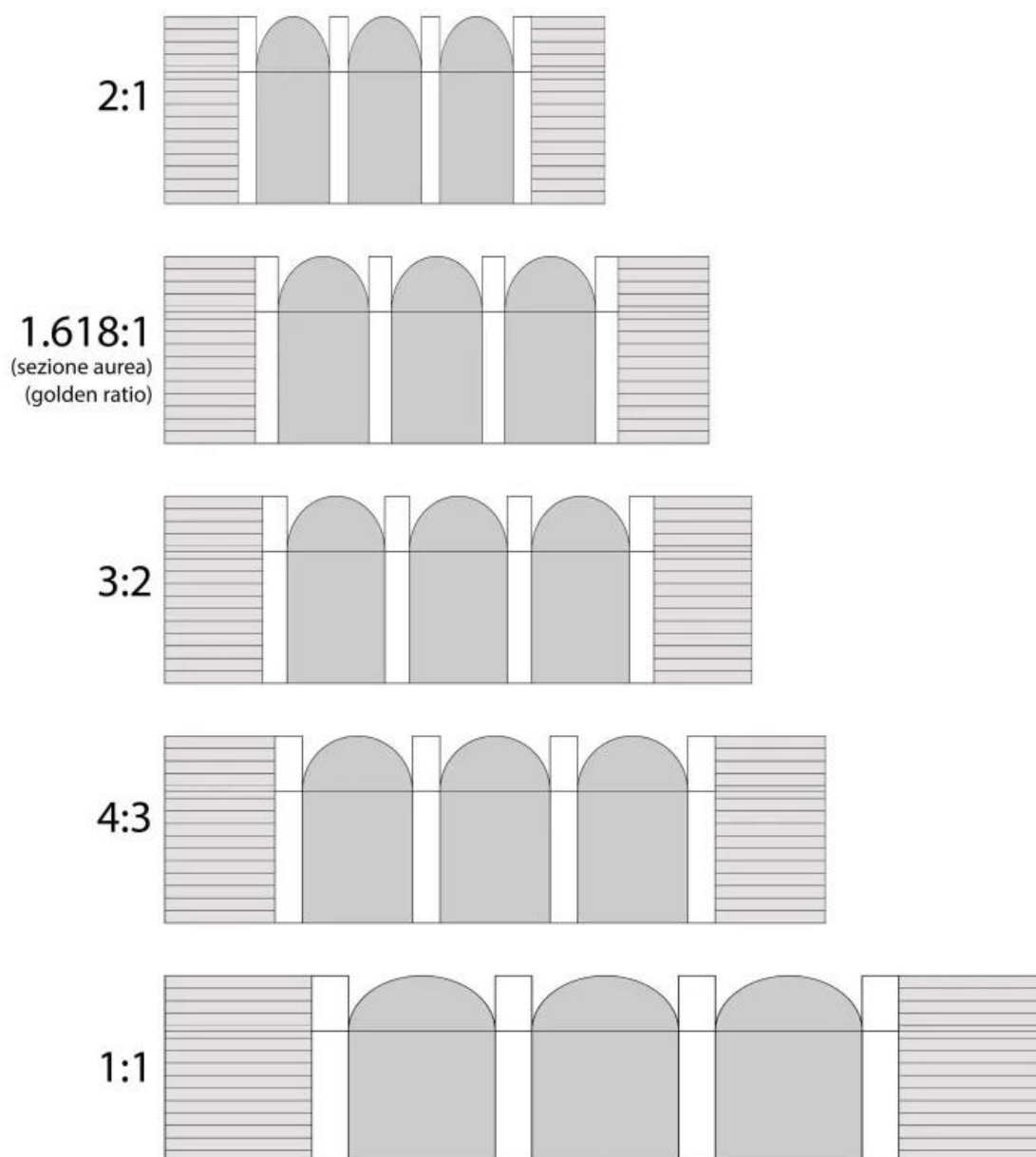
Assumendo come unità di misura il braccio fiorentino, pari a 58,36 cm e in uso a Firenze alla fine del Quattrocento, ogni modulo della griglia risulta misurare  $58,36 \times 43,77$  cm, con le linee di fuga longitudinali distanziate di un braccio e quelle trasversali di tre quarti di braccio.[7][8][9] La scelta “a priori” del braccio fiorentino come unità della griglia prospettica è sostenuta da ragioni storiche e dalla congruenza dimensionale degli elementi architettonici, delle figure umane e degli animali rappresentati nel disegno. Si tratta comunque di una scelta preliminare: in assenza di indicazioni esplicite di Leonardo per questo foglio, essa consente di individuare la scala assoluta delle architetture senza tuttavia alterare i rapporti proporzionali tra gli elementi.[7][6]

La determinazione del rapporto armonico 4:3 tra i lati dei rettangoli che compongono la griglia prospettica (ipotesi “ $\alpha$ ”) è invece il risultato di una verifica “a posteriori”, ottenuta confrontando le restituzioni inverse degli spazi 3D costruite

ipotizzando, oltre alla maglia 4:3 (ipotesi “ $\alpha$ ”), anche i rapporti 1:1 (maglia 1:1, a quadrati, ipotesi “ $\kappa$ ”), 3:2 (ipotesi “ $\beta$ ”), 1: $\varphi$  (sezione aurea, ipotesi “ $\varphi$ ”) e 2:1 (ipotesi “ $\delta$ ”) tra lato corto e lato lungo dei moduli della griglia.[2] Come si mostrerà in seguito, fissati come vincoli — grazie al disegno stesso — l’altezza del colmo delle arcate (pari a quella del quindicesimo gradino delle scale) e l’altezza delle loro imposte (situata poco sopra la metà dell’undicesimo gradino), solo la griglia “ $\alpha$ ” 4:3 genera arcate a tutto sesto geometricamente corrette e prive di deformazioni evidenti. La griglia a quadrati tende infatti a dilatare le arcate, mentre le maglie “ $\beta$ ” (3:2), “ $\varphi$ ” (1: $\varphi$ ) e “ $\delta$ ” (2:1) le comprimono progressivamente, risultando meno compatibili con il disegno degli Uffizi quando le ricostruzioni 3D vengono riportate in prospettiva e sovrapposte al foglio.

### **Primo indizio: la curvatura delle arcate**

La curvatura delle arcate, che possiamo ritenere con buona certezza concepite da Leonardo come archi a tutto sesto, rappresenta l’unico elemento realmente discriminante ed efficace per identificare con precisione la tipologia della maglia geometrica che sostiene l’intera costruzione. È infatti questa curvatura a rendere evidente il rapporto tra la luce dell’arco — determinata dal modulo “corto” della griglia — e la freccia, costante misurabile direttamente sul disegno come grandezza proporzionale all’altezza complessiva delle scale, a sua volta legata al modulo “lungo” attraverso un rapporto di natura trigonometrica.



*Figura 3 – Confronto delle arcate ricostruite in prospettiva.  
Restituzioni ottenute con diverse tipologie di griglia geometrica.*

Tutti gli altri elementi di forma prismatica (gradini, murature, pilastri) risulterebbero infatti comunque geometricamente “corretti” e coerenti anche variando liberamente il rapporto tra il lato lungo (trasversale) e il lato corto (longitudinale) dei rettangoli che compongono la griglia.

### **Secondo indizio: le diverse quote dell’imposta delle arcate considerandole a tutto sesto**

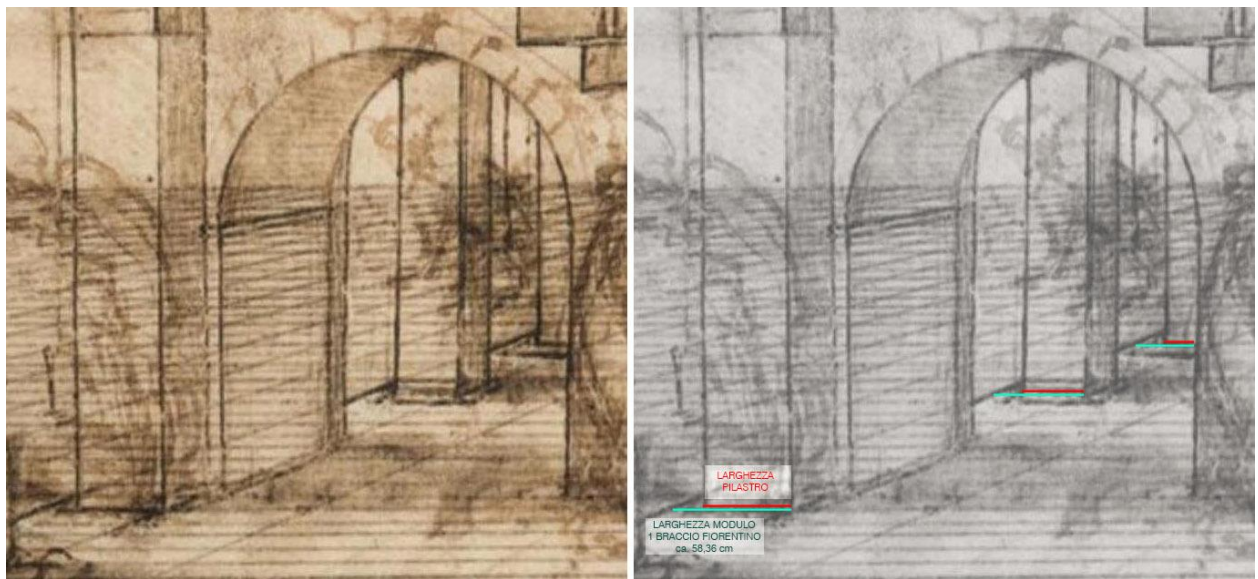
La correttezza del rapporto 4:3 può essere verificata anche attraverso un procedimento inverso rispetto a quello appena descritto. Mantenendo come vincolo

geometrico l'altezza del colmo delle arcate fissata dal disegno — come nel caso precedente — ma imponendo questa volta archi a tutto sesto per ciascuna tipologia di rapporto proporzionale tra il lato lungo (un braccio fiorentino) e il lato corto dei rettangoli della maglia, si ottengono inevitabilmente diverse quote di imposta delle arcate, pari all'altezza del colmo cui va sottratto il raggio di curvatura.

Tra tutte queste possibili quote, l'unica che corrisponde a quella rilevabile nel disegno di Leonardo — interpolando le misure delle due scale, approssimativamente a metà dell'undicesimo gradino — è nuovamente quella corrispondente al rapporto 4:3.

### **Terzo indizio: l'attacco a terra del pilastro adiacente alle scale in primo piano**

Un ulteriore indizio a favore della maglia rettangolare 4:3 proviene dal pilastro addossato alla scala in primo piano. Poiché esso sostiene una volta a crociera a base quadrata, è altamente probabile che la sezione del pilastro sia quadrata. Nel disegno, tuttavia, la profondità del pilastro coincide con un modulo della griglia, mentre la larghezza è sensibilmente minore, pari a circa tre quarti di modulo: il lato del pilastro corrisponde dunque al lato corto dei rettangoli modulari. Se la griglia fosse costituita da quadrati, un pilastro a sezione quadrata dovrebbe occupare in pianta un modulo 1×1, facendo coincidere larghezza e profondità con il modulo stesso; la discrepanza osservata risulta quindi compatibile con una maglia 4:3 e difficilmente conciliabile con una maglia di quadrati.



**Figura 4 – Pilastro in primo piano.**  
*Rapporto tra larghezza del modulo-braccio e larghezza del pilastro.*

### **Il triangolo rettangolo aureo, generatore della scala**

Su questa griglia, impostata da Leonardo sul piano del pavimento sul quale poggiano le scale (piano xy del CAD), si innesta perpendicolarmente il triangolo rettangolo generatore della scala più vicina. Esso giace su un piano (piano xz del CAD) parallelo al piano di proiezione e quindi non è soggetto a deformazione prospettica, risultando così facilmente misurabile secondo le regole della geometria piana.[10]





*Figura 5 – Scala con pendenza di 36°.  
Sono visibili le linee generatrici del triangolo costruttivo.*

Per la scala in primo piano, il disegno consente di individuare due possibili triangoli rettangoli generatori, simili ma distinti, con l'angolo alla base in comune:

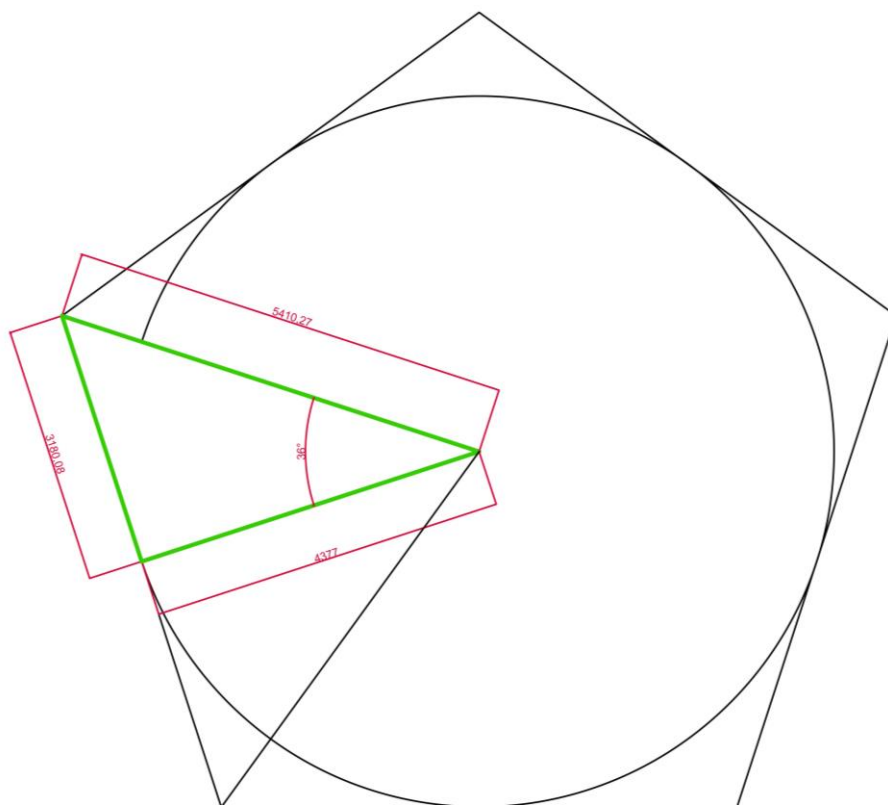
- **ipotesi “A”**: scala visibile di 15 gradini, con cateto maggiore pari a 7 moduli-braccio;
- **ipotesi “B”**: scala “completa” di 16 gradini, con cateto maggiore di 7,5 moduli-braccio.

Dall’analisi grafica della riproduzione ad alta risoluzione del foglio Uffizi, entrambe le ipotesi risultano inizialmente ammissibili, a causa della larghezza dei tratti del disegno, che introduce un inevitabile margine di approssimazione e di interpretazione rispetto alle misure “ideali” restituite in CAD.

L’angolo acuto in comune alla base dei triangoli disegnati da Leonardo misura effettivamente circa  $36^\circ$ , fatte salve le inevitabili approssimazioni dovute allo spessore delle linee.

Questo valore non è casuale: l’angolo di  $36^\circ$  appartiene infatti a quel nucleo di configurazioni geometriche che, nella tradizione euclidea e nella prassi costruttiva rinascimentale, sono strettamente connesse alla sezione aurea. Esso caratterizza i triangoli aurei e il pentagono regolare, figure nelle quali le relazioni proporzionali tra i segmenti e le circonferenze inscritte conducono naturalmente all’emergere del rapporto aureo all’interno della costruzione.

[11][12][13][14][15]



*Figura 6 – Costruzione del triangolo di 36°.*

*Derivazione geometrica a partire da un pentagono regolare.*

La scala risulta quindi costruita mediante una semplice costruzione geometrica a riga e compasso: fissata la base, un angolo di  $36^\circ$  determina un triangolo rettangolo nel quale il rapporto tra lo sviluppo obliquo (ipotenusa) e la proiezione orizzontale (cateto maggiore) è di tipo aureo.[13][16]

**La scelta progettuale di Leonardo è confermata anche dalla pala dell'Adorazione dei Magi degli Uffizi: si rilevano gli stessi 15 gradini e un angolo di  $36^\circ$  alla base.** Nel passaggio dal disegno al dipinto, Leonardo ha distanziato sensibilmente e spostato leggermente il punto di vista, ma ha mantenuto l'architettura di sfondo come elemento iconico. In entrambi i casi, ha scelto una vista con un piano di proiezione parallelo ai fianchi delle scale per evidenziare le proporzioni armoniche del triangolo rettangolo "aureo" generatore, presentandolo in geometria piana ed evitando così distorsioni prospettiche.





*Figura 7 – Leonardo da Vinci, Adorazione dei Magi (1481-82)  
Firenze, Galleria degli Uffizi*

## **Il ruolo delle scale e delle arcate nell'Adorazione dei Magi**

### **Centralità compositiva delle scale e delle arcate**

Il complesso di scale e arcate che si staglia sulle rovine rappresenta un elemento di rilievo nel processo creativo di Leonardo per l'Adorazione. Questa centralità emerge con particolare evidenza in uno schizzo custodito al Louvre, realizzato probabilmente come primo studio preparatorio per l'Adorazione dei Magi. Lo schizzo si distingue per il differente punto di vista scelto dall'artista: le scale vengono raffigurate dal lato destro e da una prospettiva elevata, quasi a volo d'uccello. In questa visione si individuano chiaramente solo due arcate, inserite tra le linee di pendenza delle scale. La composizione geometrica che ne scaturisce, pur

risultando diversa rispetto alle versioni successive, conserva una forte iconicità e una coerenza interna che rispecchia la ricerca di Leonardo su forme e proporzioni.

### **La geometria delle scale nello schizzo del Louvre**

Nel disegno citato, le scale appaiono caratterizzate da una maggiore ripidità rispetto alle altre rappresentazioni. La diagonale del triangolo rettangolo generatore si avvicina sensibilmente ai  $45^\circ$ , tenendo conto delle inevitabili imprecisioni dovute al tratto a mano libera. Questa configurazione implica che l'altezza della scala e la sua proiezione orizzontale risultano di fatto uguali, generando così un triangolo rettangolo isoscele. In tale situazione, la lunghezza dell'ipotenusa corrisponde alla diagonale del quadrato costruito sui due cateti, evidenziando una costruzione geometrica rigorosa e riscontrabile nell'impostazione compositiva di Leonardo.





*Figura 8 – Leonardo da Vinci, disegno preparatorio della Adorazione dei Magi  
Parigi, Louvre, Cabinet des Dessins (1481-82)*

### **Intenzioni progettuali e descrittive**

Alcuni dettagli rivelano con precisione le intenzioni geometriche di Leonardo:

- **Profilo delle scale**  
Come nel disegno e nel dipinto degli Uffizi, le scale sono rappresentate di profilo, con le fiancate parallele al piano di proiezione. Ciò evita deformazioni

prospettiche e preserva la limpidezza “armonica” dei triangoli rettangoli generatori:

- triangolo rettangolo con diagonale del quadrato nel foglio del Louvre
- triangolo rettangolo di tipo aureo pentagonale (angoli di  $36^\circ$  e  $54^\circ$ ) nel disegno e nel dipinto degli Uffizi

In tutti i casi si tratta di triangoli fondati su rapporti tra celebri numeri irrazionali e incommensurabili, noti per il loro legame con proporzioni, estetica e architettura. È altamente probabile — quasi certo — che Leonardo sia partito proprio da queste forme iconiche per costruire le sue composizioni.

Lo conferma il segno marcato, “rinforzato”, tracciato più volte e ad angolo retto, visibile nell’attacco a terra e alla parete delle scale del disegno del Louvre. Il tratto è così insistito che si percepisce chiaramente anche attraverso il blocco prismatico addossato alla scala in secondo piano, sul quale è collocato un personaggio in piedi.

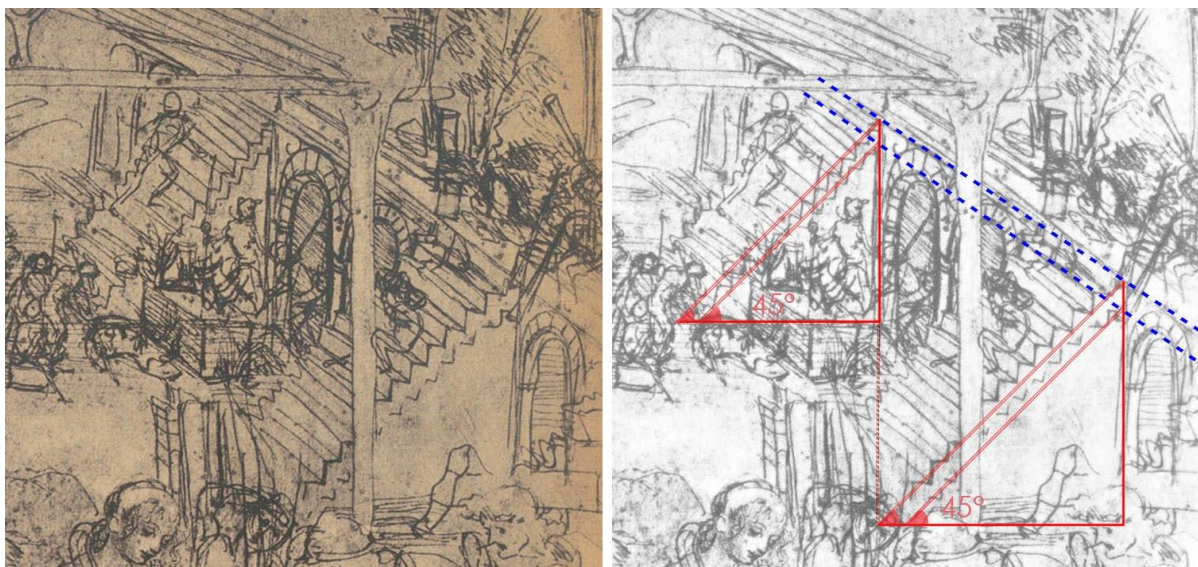
### **Doppio profilo delle scale dello schizzo del Louvre**

Entrambe le scale dello schizzo presentano chiaramente un “doppio profilo”:

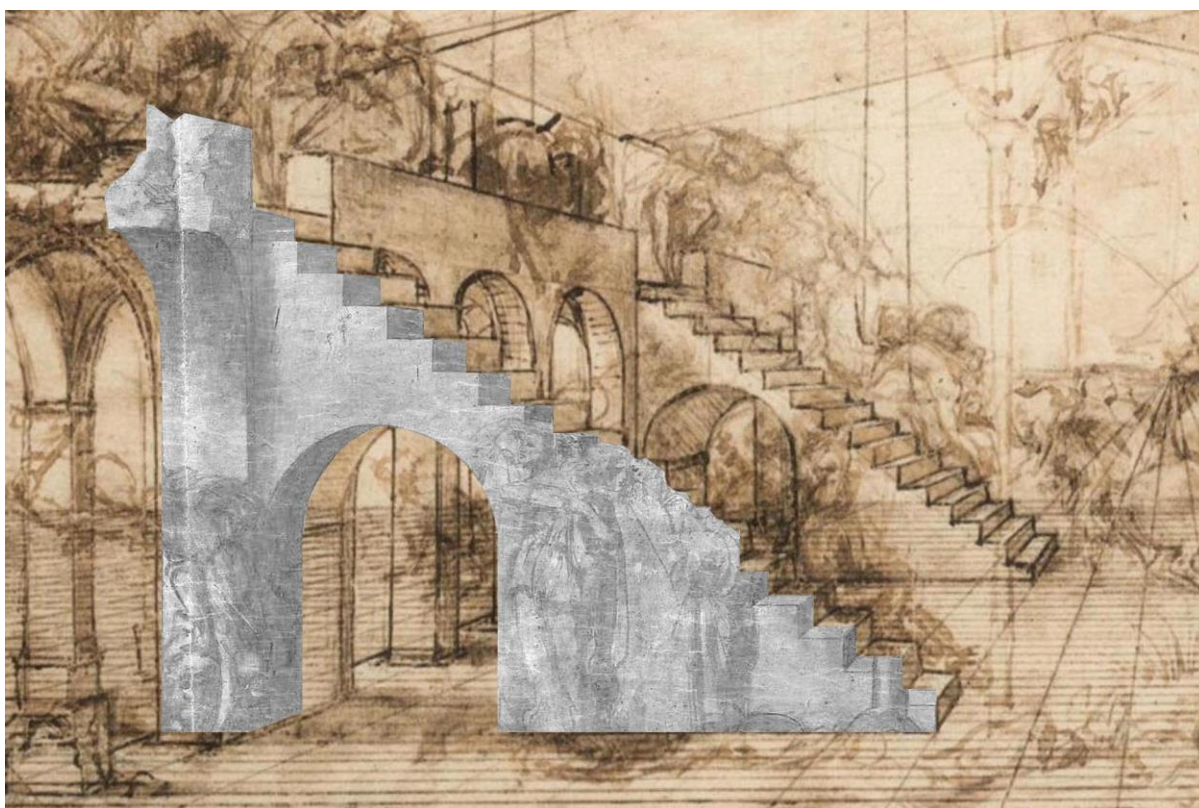
- uno, più netto, dal quale si dipartono in prospettiva i gradini
- l’altro, appena accennato, a registro del primo ma posto circa un gradino più in basso

Questo secondo profilo sembra essere stato tracciato successivamente al primo, per “abbassare le scale” allineando l’intradosso delle arcate al piano di appoggio dell’ultimo gradino aggettante dalla parete — esattamente come si osserva nel disegno e nel dipinto degli Uffizi. Ciò dimostra che l’idea di vincolare geometricamente scale e arcate, dotandole della stessa altezza e della stessa larghezza era già pienamente presente in questa primissima versione.





*Figura 9 – Leonardo da Vinci, disegno preparatorio della Adorazione dei Magi, dettaglio ed elaborazione  
Parigi, Louvre, Cabinet des Dessins (1481-82)*



*Figura 10 - Fotomontaggio della scalinata del dipinto sovrapposta a quella del disegno preparatorio degli Uffizi  
Si rilevano gli stessi 15 gradini e la medesima angolazione di  $36^\circ$ . Nonostante le diverse rese prospettiche, le sezioni delle due versioni sono, di fatto, coincidenti*

## Coerenza geometrica e contesto storico

La costruzione del triangolo rettangolo con angoli di  $36^\circ$  e  $54^\circ$ , derivata dalla geometria pentagonale, è pienamente coerente con i principi che saranno formalizzati da Luca Pacioli nella Divina Proportion (1509) e con la pratica grafica di Leonardo, come testimoniano i suoi studi su pentagono, dodecaedro e solidi regolari nei codici e nei fogli di geometria.[17][18][19]

*Nota: Benché i fogli 309r–309v del Codice Atlantico siano cronologicamente successivi al disegno preparatorio dell'Adorazione dei Magi (Uffizi, inv. 436 E) e non vadano quindi interpretati come studi direttamente collegati alla sua progettazione, essi testimoniano la continuità dell'interesse di Leonardo per la geometria pentagonale, per i triangoli aurei e per le proporzioni legate alla sezione aurea. La presenza di queste costruzioni nei fogli più maturi del Codice Atlantico conferma che le scelte geometriche osservabili nel disegno degli Uffizi si inseriscono in un percorso di ricerca più ampio e duraturo.*



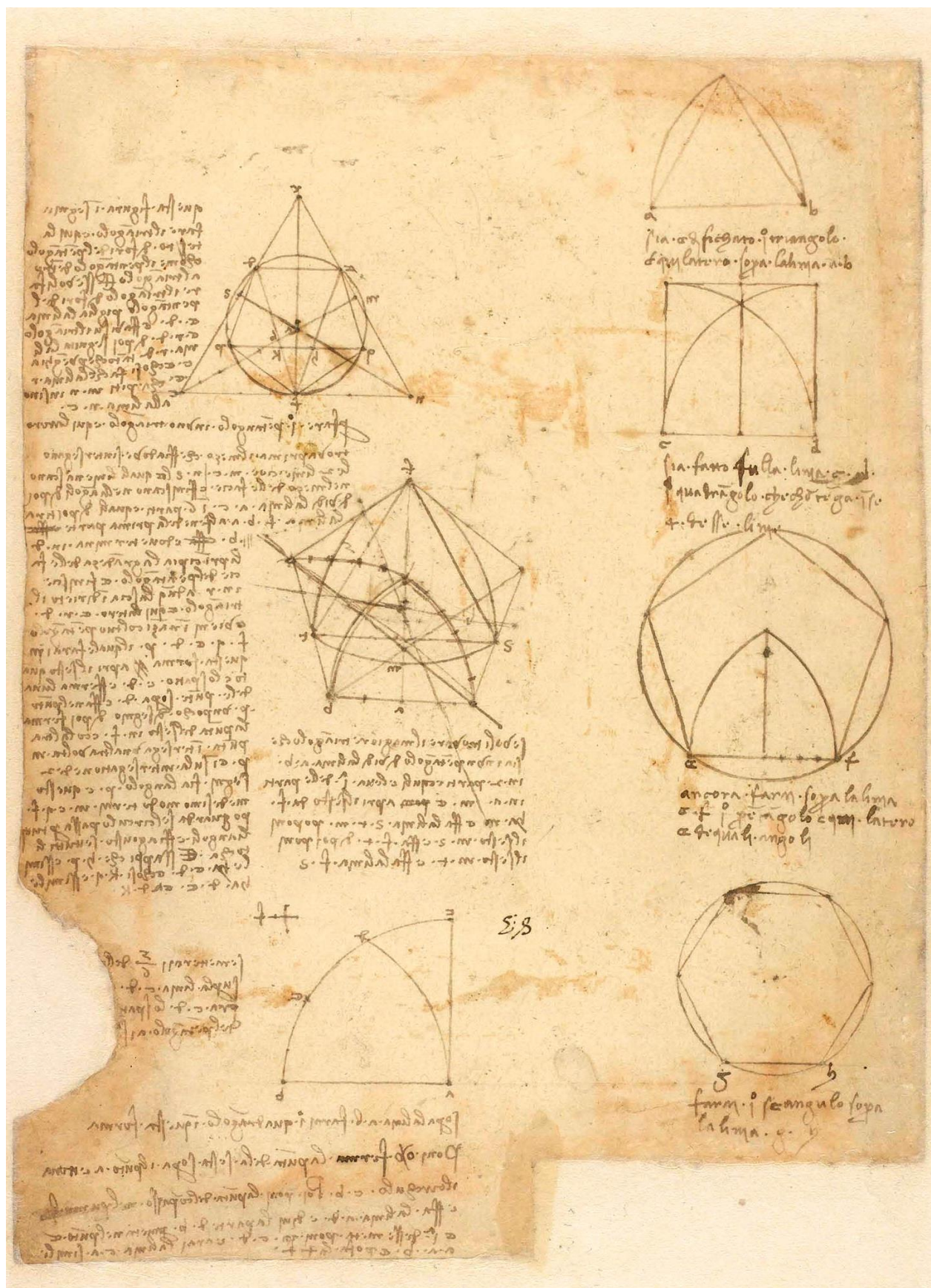


Figura 11 –Leonardo da Vinci, Codice Atlantico, foglio 309r.  
Studio del pentagono regolare e dei triangoli aurei.



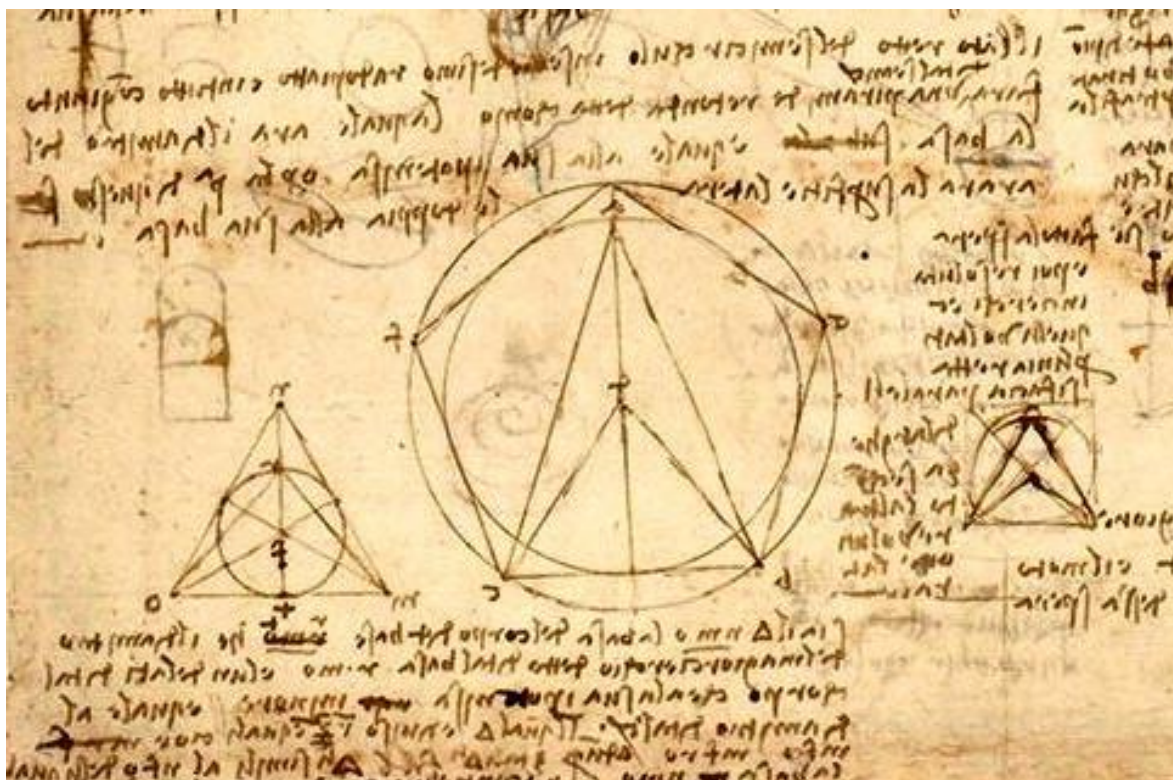


Figura 12 – Codice Atlantico, foglio 309v, dettaglio.  
Costruzioni geometriche con angolo di  $36^\circ$  e rapporti aurei.

In sintesi:

- l'uso del triangolo rettangolo con angolo di  $36^\circ$  non ha bisogno di essere dimostrato: si legge direttamente dal disegno (e nel dipinto) degli Uffizi, misurando l'angolo in comune dei triangoli generatori della scala riportata a squadro, ed è storicamente supportato dagli studi geometrici di Leonardo;
- la vera "dimostrazione" riguarda invece la maglia " $\alpha$ " (4:3), che si ottiene "a posteriori" per esclusione, confrontando tra loro le ricostruzioni 3D ottenute con le diverse griglie, restituite in prospettiva centrale, e verificando quali producano archi congruenti con il foglio degli Uffizi.[2]

## Le forme geometriche nelle diverse versioni: analisi e ruolo compositivo

### Riconoscibilità e oggettività delle forme geometriche

Le principali forme geometriche individuabili nei fogli preparatori e nel dipinto degli Uffizi, così come nello schizzo del Louvre, comprendono triangoli rettangoli aurei, rettangoli isosceli e archi a tutto sesto che attraversano i corpi scala. Queste figure non risultano da interpretazioni arbitrarie, ma sono direttamente visibili e misurabili nei disegni di Leonardo. La loro collocazione frontale, perfettamente

parallela al piano di proiezione, ne garantisce l'integrità geometrica, consentendo una verifica priva di ambiguità prospettiche. In tal senso, la presenza di tali elementi costituisce un dato oggettivo all'interno del processo creativo, mentre permane aperta la questione interpretativa del loro ruolo specifico nella struttura compositiva dell'opera.

### **Rapporti geometrici e intenzionalità compositiva**

Le forme geometriche sopra descritte sono tutte riconducibili a rapporti incommensurabili, quali la sezione aurea ( $\varphi$ ), la radice quadrata di due ( $\sqrt{2}$ ) e il pi greco ( $\pi$ ). Da ciò si può ipotizzare che Leonardo abbia operato una scelta consapevole e distintiva tra la regolazione spaziale della profondità, affidata a proporzioni razionali, e la definizione degli elementi geometrici iconici e generatori, che si fondano su relazioni geometriche irriducibili e sono mantenuti nella loro forma pura proprio perché rappresentati in geometria piana. In questo modo, Leonardo preserva la chiarezza delle forme geometriche, accentuando la loro funzione sia come strumenti compositivi sia come simboli di perfezione estetica e armonia all'interno dell'opera.

### **Misurazione della scala, ipotesi "A" – combinazione "A $\alpha$ " (15 gradini, maglia 4:3)**

Nell'ipotesi scala "A" si assume che la base orizzontale della scala visibile (15 gradini) corrisponda a sette moduli, per una lunghezza complessiva di circa 408,52 cm. L'altezza calcolata del piano di appoggio del quindicesimo gradino della rampa, corrispondente alla lunghezza del lato corto del triangolo, è di circa 296,81 cm, suddivisa in quindici alzate di 19,79 cm e quindici pedate di 27,23 cm.

Nel disegno preparatorio il triangolo generatore è chiaramente leggibile non solo nella rampa in primo piano, ma anche nella scala simmetrica sullo sfondo, che riprende la stessa costruzione geometrica all'interno del medesimo reticolo modulare.

La larghezza della scala è pari a quattro lati corti dei rettangoli della griglia e, nella maglia " $\alpha$ ", a  $4 \times 3/4$  di braccio fiorentino, ovvero 3 bracci, pari a 175,08 cm. La proiezione a terra della scala nella combinazione "A $\alpha$ " è quindi un rettangolo di  $7 \times 3$  bracci fiorentini ( $408,52 \times 175,08$  cm), con rapporto 7:3.

### **Misurazione della scala, ipotesi "B" – combinazione "B $\alpha$ " (16 gradini, maglia 4:3)**

Nell'ipotesi scala "B" si assume che la base orizzontale della scala completa (16 gradini) corrisponda a sette moduli e mezzo, per una lunghezza complessiva di circa

437,70 cm. L'altezza calcolata del piano di appoggio del sedicesimo gradino, corrispondente alla lunghezza del lato corto del triangolo, è di circa 318,01 cm, suddivisa in sedici alzate di 19,88 cm e sedici pedate di 27,36 cm.

La larghezza della scala, come nell'ipotesi "A", è pari a 3 bracci (175,08 cm). La proiezione a terra della scala nella combinazione "B $\alpha$ " è quindi un rettangolo di 7,5 × 3 bracci fiorentini (437,70 × 175,08 cm), con rapporto 5:2.

Le ulteriori combinazioni con le altre ipotesi di modulo " $\kappa$ " (maglia quadrata, 1:1), " $\beta$ " (3:2), " $\varphi$ " (1: $\varphi$  – sezione aurea), " $\delta$ " (2:1) e la tabella delle corrispondenti dimensioni di pedata, alzata, larghezza e altezza complessiva consentono di valutare sistematicamente la coerenza geometrico-prospettica delle diverse griglie, mostrando come la soluzione 4:3 sia quella che meglio si accorda con il disegno di Leonardo senza introdurre deformazioni percettibili nelle arcate.

### **Arcate, pilastri e rapporto pieni/vuoti**

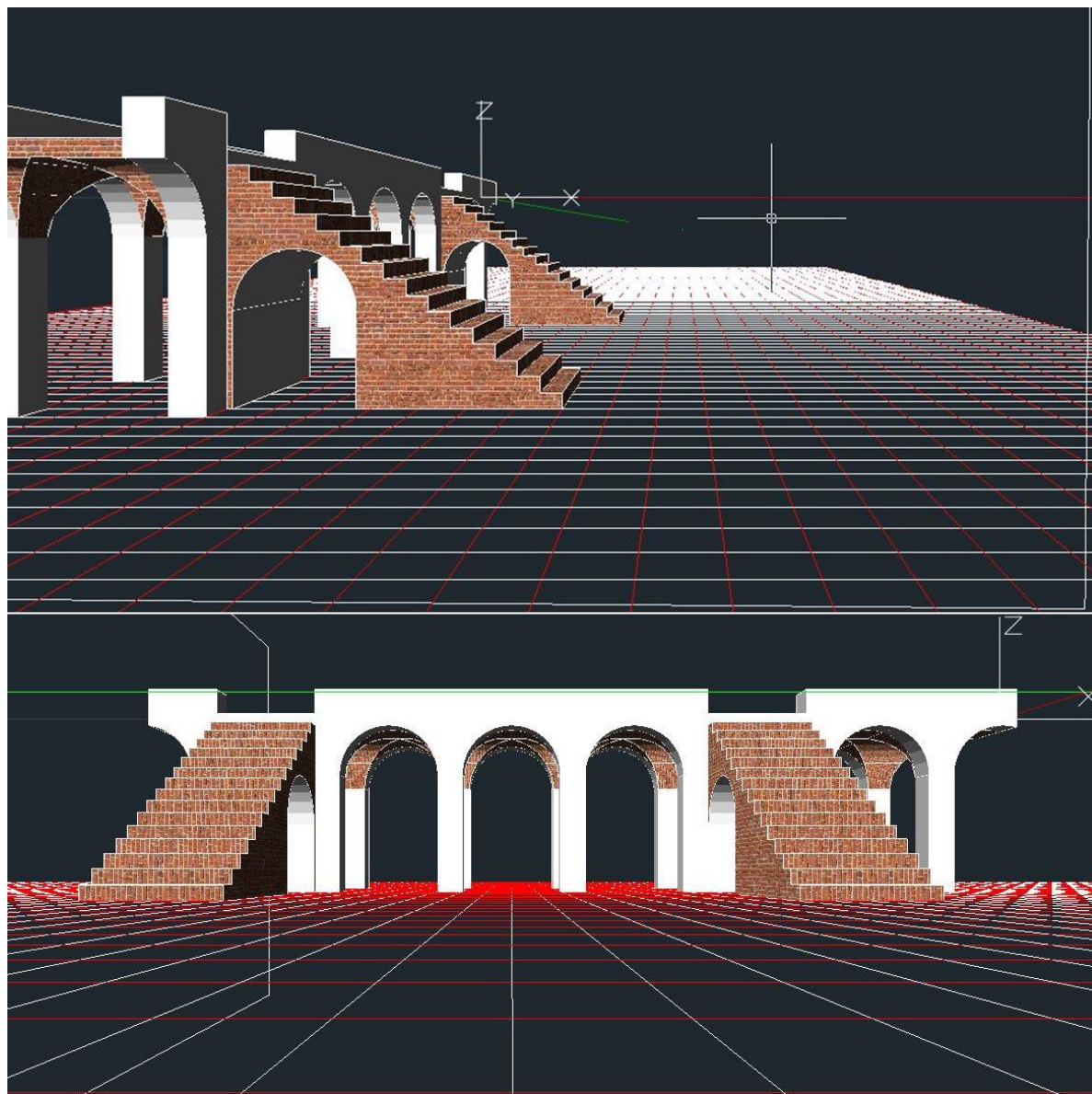
#### **Costruzione CAD: rapporto "A $\alpha$ " (15 gradini, maglia 4:3)**

Le arcate, viste in prospettiva, sono costruite come semicerchi di raggio 87,54 cm ( $2 \times 3/4$  di braccio) sovrapposti a rettangoli con il lato corto (orizzontale) di 175,08 cm ( $4 \times 3/4$  di braccio); il diametro del semicerchio coincide con il lato corto del rettangolo. I pilastri tra un'arcata e l'altra hanno larghezza pari a un modulo (43,77 cm) e altezza all'imposta desunta direttamente dal disegno; tale misura, determinante ai fini della corretta individuazione del rapporto 4:3, si ricava riportando col compasso, con rotazione oraria di 90°, l'altezza dell'imposta dell'arcata in primo piano sulla corrispondente linea orizzontale del reticolo.

Fissate come vincoli geometrici due misure desunte dal disegno — l'altezza massima delle arcate (pari all'altezza del quindicesimo gradino: 296,81 cm nel caso "A") e quella dell'imposta dell'arco (poco sopra la metà dell'undicesimo gradino) — si verifica che ogni altra ipotesi di rapporto proporzionale tra i lati della griglia non produce arcate a tutto sesto: con la maglia di quadrati la luce dell'arcata risulta maggiore dell'altezza dell'imposta e se ne ottiene un arco ribassato; con le maglie 3:2, 1: $\varphi$  e 2:1 si ottengono invece archi progressivamente rialzati e compressi, in disaccordo con il disegno di Leonardo quando le ricostruzioni CAD sono riportate in prospettiva.

### **Proporzione ritmica 1:4**

Il ritmo 1:4 tra pieni e vuoti è tra quelli suggeriti da Leon Battista Alberti per le proporzioni delle arcate nel suo trattato. Di Alberti, Leonardo sembra aver accolto anche l'invito ad utilizzare i pilastri per sostenere gli archi anziché le colonne, più adatte al supporto delle travi.



**Figura 13 – Screenshot dal CAD della scalinata in prospettiva, viste laterale e frontale – rapporto “α” (4:3)**  
(maglia 58,36 × 43,77 cm); ritmo pieni-vuoti 1:4. La larghezza della scala coincide con la luce delle arcate.

Tra le due scale si articola la sequenza: pilastro (1 modulo) – arcata (4 moduli) ripetuta tre volte e conclusa da un pilastro, per un totale di 16 moduli = 12 bracci; localmente il rapporto pieni/vuoti è dunque 1:4. Le due scale e le tre arcate presentano la stessa larghezza di quattro moduli trasversali; nella successione in profondità, a partire dal primo piano, si susseguono: arcata in rovina, pilastro, scala, pilastro, arcata, pilastro, arcata, pilastro, arcata, pilastro, scala, pilastro, ecc., mantenendo il ritmo 1:4 anche quando le scale si inseriscono nel sistema delle arcate.



Sulla base di queste considerazioni ritmiche, è probabile che Leonardo, dopo aver impostato la sua unità di misura principale con il braccio fiorentino, abbia scelto il rapporto 4:3 proprio per comodità e controllo del disegno prospettico, visto che il modulo principale misurabile “a terra” sulle linee orizzontali della maglia si riporta direttamente in alzato con una semplice rotazione di 90 gradi; e le 4 partizioni in profondità di ogni singola arcata (corrispondenti, con la scelta del rapporto 4:3, a 3 bracci fiorentini) permettono di individuare con precisione la verticale del colmo, situata ovviamente a metà dei 4 moduli.

*(Nota interpretativa: questa considerazione non incide sulla ricostruzione metrica, ma può risultare utile nell'interpretazione iconografica del disegno e del dipinto: rispetto alle arcate “antiche” del portico in rovina, dal ritmo definito 4:1, le scale “moderne”, intatte e definite geometricamente, che si innestano nell'architettura seguendo lo stesso ritmo senza alterare la sequenza, sembrano alludere a strutture di cantiere al servizio della ricostruzione del tempio, coerentemente con lo spirito umanistico dell'epoca, che mirava a recuperare l'eredità classica per metterla al servizio della Chiesa.)*[20][21][22]

### **Determinazione del punto di vista**

Le linee di fuga del disegno convergono verso un unico punto, situato sulla linea di orizzonte, che con buona approssimazione si colloca all'altezza dell'undicesimo gradino di entrambe le scale.

- La perpendicolare condotta dal punto di fuga giace, sul foglio, sulla linea mediana della terza colonna di rettangoli modulari, contata a partire dal limite a terra del primo gradino e procedendo verso destra.
- In termini CAD, con il piano xy parallelo al pavimento e il piano xz parallelo alle sezioni delle scale, si pone l'origine (0,0,0) nell'attacco a terra dello spigolo più vicino della scala in primo piano.
- Il punto di fuga e il punto di vista giacciono dunque sulla retta parallela all'asse y passante rispettivamente per il punto  $(58,36 \times 2,5; 0; 19,79 \times 11)$  nell'ipotesi A e per il punto  $(58,36 \times 2,5; 0; 19,88 \times 11)$  nell'ipotesi B.

### **Verifica per esclusione delle griglie e coerenza complessiva**

Sono state testate diverse maglie proporzionali (quadrati 1×1, rettangoli 3:2, 2:1, 1:φ e 4:3) mediante ricostruzione tridimensionale in CAD e successiva restituzione



prospettica sul foglio degli Uffizi.[2] La griglia a quadrati dilata le arcate, mentre le maglie 3:2, 1:φ e 2:1 le comprimono; solo la maglia 4:3 restituisce simultaneamente la corretta luce delle arcate, senza introdurre deformazioni percettibili.[10]

### **Procedimento inverso**

Come controprova, si impone la condizione che gli archi debbano essere a tutto sesto. L'unica griglia che, con questo vincolo, produce un'altezza dell'imposta coincidente con quella del disegno è, ancora una volta, la 4:3.

*Tutte le ricostruzioni inverse 3D e le sovrapposizioni prospettiche sono state eseguite in AutoCAD 2022, con una tolleranza di  $\pm 0,5$  mm sullo scan ad alta risoluzione del disegno degli Uffizi (inv. 436 E).*

### **Le “prove del nove” matematiche, dirette e inverse, del rapporto 4:3**

#### **Ipotesi con lettura diretta dalla lettura grafica**

Dalla misurazione diretta del foglio si stima che l'imposta dell'arco corrisponda a circa 10,6 gradini su 15. Assumendo che l'altezza del colmo coincida con l'altezza delle scale, pari a:

$$H_c = 7b \cdot \tan 36^\circ$$

e che il raggio dell'arco sia  $r = 2y$  (due moduli), uguagliando la frazione misurata all'espressione geometrica dell'imposta si ottiene:

$$7b \cdot \tan 36^\circ - 2y = (10,6 / 15) \cdot 7b \cdot \tan 36^\circ$$

Da questa equazione, dopo semplificazione, si ricava:

$$y = (77 / 75) \cdot b \cdot \tan 36^\circ$$

Con  $\tan 36^\circ \approx 0,726542528$  si ottiene:

$$y \approx 0,7456b$$

#### **Prova del nove inversa assumendo la maglia 4:3**

Assumendo la maglia rettangolare 4:3, si pone direttamente:

$$y = 3/4b$$

Sostituendo nell'espressione dell'imposta:

$$H_i = 7b \cdot \tan 36^\circ - 2 \cdot (3/4)b$$

$$H_i = b(7 \tan 36^\circ - 3/2)$$

Con  $\tan 36^\circ \approx 0,726542528$  si ottiene:

$$H_i \approx 3,585797696b$$

Espresso in gradini su 15 (con  $H_c = 7b \cdot \tan 36^\circ$ ):

$$\text{gradini} = (H_i / H_c) \cdot 15 \approx 10,5744$$

Con  $b = 58,36$  cm si ottiene:

$$H_c \approx 296,8 \text{ cm}; H_i \approx 209,3 \text{ cm}$$

### **Nota sull'incertezza**

La misura 10,6 è approssimata e deriva dalla lettura del disegno; un'incertezza di  $\pm 0,1$  gradini modifica linearmente il coefficiente per  $y$ .

### **Didascalia**

Figura 14 – Misurazione dell'imposta:  $\approx 10,6/15$  dell'altezza totale (lettura grafica).

## Conclusioni

Questa scoperta conferma tre aspetti della mente dell'artista:

**Rigore metodologico:** conferma che Leonardo, anche in un disegno preparatorio, utilizzava un sistema prospettico e modulare sofisticatissimo, basato su unità di misura reali (il braccio fiorentino) e proporzioni armoniche (4:3).

**Sintesi culturale:** Leonardo non applica meccanicamente le regole della prospettiva. Le fonde con la tradizione architettonica e la teorica fiorentina dell'epoca (gli archi a tutto sesto di Brunelleschi, le raccomandazioni di Alberti) e con la ricerca sulle proporzioni matematiche (il rapporto 4:3, il triangolo di  $36^\circ$ ).

**Un "progetto" eseguibile:** l'uso di una griglia modulare e di una scala con proporzioni auree suggerisce che Leonardo stesse progettando un'architettura realizzabile, non uno sfondo puramente fantastico. La griglia 4:3 funge da "piano regolatore" per l'intera scena.

In sintesi, questa ricerca ci mostra un Leonardo scienziato, ingegnere e matematico già in quest'opera giovanile, che costruisce spazi articolati e complessi partendo da regole semplici, precise ed eleganti.

## Perché proprio 4:3?

Leonardo non ci ha lasciato una spiegazione scritta, ma il contesto storico, matematico e pratico dell'epoca ci offre diverse risposte plausibili e intrecciate tra loro. Ecco i tre "strati" principali che potrebbero spiegare questa scelta:

### 1. Il Contesto Pratico-Culturale: il Braccio Fiorentino

La ragione più immediata e concreta è legata alla pratica costruttiva fiorentina. L'ipotesi supportata dalla ricerca è che il modulo base sia 1 braccio  $\times$   $\frac{3}{4}$  di braccio. Il braccio fiorentino (circa 58,36 cm) era l'unità di misura utilizzata dai capomastri,

falegnami e architetti di Firenze per misurare pietre, travi e superfici. Usare questa griglia significava che le architetture nel disegno non erano mere astrazioni, ma edifici potenzialmente costruibili secondo le convenzioni dell'epoca. Leonardo, formatosi nella bottega del Verrocchio a contatto con artigiani, pensava come un "progettista".

## 2. Il Contesto Teorico-Matematico: un Rapporto Armonico

Il 4:3 non è una frazione casuale. Era considerato un rapporto armonico (o superparticolare), carico di significati nella scienza e nell'estetica del tempo. Nella teoria pitagorica, che influenzava ancora il Rinascimento, l'intervallo musicale della quarta (ad esempio Do-Fa) era espresso dal rapporto 4:3: una proporzione considerata stabile, piacevole e consonante. Il 4:3 era inoltre comune nelle proporzioni architettoniche (ad esempio, il rapporto tra altezza e larghezza di molte sale) e nella composizione pittorica. Leonardo, da acuto osservatore della natura, sapeva che certe proporzioni ricorrono e sono percepite come armoniose.

## 3. Il Contesto Grafico-Operativo: una Scelta Funzionale per il Disegno

Infine, la scelta potrebbe essere dettata da un'esigenza di efficacia visiva e costruttiva nella composizione. Una griglia di rettangoli (4:3) offre un miglior controllo della compressione prospettica rispetto ai quadrati: i rettangoli si "assottigliano" in modo più marcato verso il punto di fuga, accentuando il senso di profondità. È stato anche un espediente da disegno tecnico: serrare le trasversali più delle longitudinali aiuta a controllare meglio le ellissi prospettiche degli archi. Nel caso della luce delle arcate, poter dividere in quattro partizioni (numero pari) una misura di tre bracci fiorentini consente di trovare molto più facilmente il colmo, situato esattamente a metà, cioè sulla verticale tra la seconda e la terza partizione. Partendo da un modulo semplice (4:3) e combinando i triangoli aurei ( $36^\circ$ ) per le scale, Leonardo genera una complessità architettonica apparente da regole geometriche fondamentali: un sistema semplice ma combinatorio, che genera risultati ricchi e articolati.

## Sintesi: una Scelta "Ibrida" e Consapevole

Leonardo probabilmente non scelse il 4:3 per un'unica ragione, ma perché questa proporzione rappresentava il punto d'incontro perfetto tra diverse esigenze:

Ragione Pratica (Contesto)	Ragione Teorica (Conoscenza)	Ragione Operativa (Disegno)
-------------------------------	---------------------------------	--------------------------------

Basarsi sull'unità di misura in uso (Braccio Fiorentino)	Applicare un rapporto armonico (4:3) della tradizione	Controllare la prospettiva e creare archi a tutto sesto corretti
--	---	--

In altre parole, il 4:3 era la scelta che permetteva a Leonardo di essere al contempo:

- Pratico e credibile, rispetto alle convenzioni costruttive,
- Teoricamente coerente, rispetto alla teoria delle proporzioni,
- Operativo nel disegno, per la corretta resa prospettica delle architetture.

Fu una sintesi tipicamente leonardesca di empiria, teoria e pratica artistica, applicata per risolvere un problema di progettazione spaziale in modo rigoroso ed elegante.

Questa analisi modifica e ridefinisce la nostra percezione del disegno: passa dall'essere uno "schizzo preparatorio" a un vero e proprio "progetto architettonico realizzabile" in prospettiva (e non semplicemente scenografico e/o funzionale al dipinto), concepito secondo le teorie più avanzate dell'epoca, che rivela la mente interdisciplinare del suo autore già in una fase giovanile.

**Il collegamento matematico tra l'angolo di 36° del triangolo generatore delle scale e la griglia 4:3 che controlla la planimetria è la chiave di lettura dello spazio rappresentato, perché ci mostra come Leonardo combinasse logica pratica e proporzioni "divine".**

**L'innesto nel "Sistema 4:3"** La genialità architettonica risiede nell'incastro tra due mondi matematici. Da una parte, Leonardo traccia un "piano regolatore" razionale e misurabile per l'intera scena: una griglia basata sul braccio fiorentino con un rapporto armonico e costruttivo di 4:3. Dall'altra parte, su questa griglia pragmatica, egli "innesta" perpendicolarmente i triangoli aurei di 36° per innalzare le scale. In pratica, usa una proporzione umana e pratica (il 4:3) per il pavimento e le arcate, e una proporzione irrazionale e "divina" (la sezione aurea) per **le rampe che salgono**.

**Le prove nei codici di Leonardo** Questa costruzione geometrica è storicamente coerente con gli studi di Leonardo. Come si è già rilevato, sebbene siano successivi al disegno degli Uffizi, i fogli 309r e 309v del *Codice Atlantico* contengono proprio gli studi di Leonardo sulla costruzione del pentagono regolare e dei triangoli aurei. Questo dimostra che intorno al 1481-1482 il giovane artista stava già sperimentando sul campo quelle stesse regole proporzionali che il suo futuro amico Luca Pacioli avrebbe poi codificato nel celebre trattato *De Divina Proportione*.



Combinando il modulo di base 4:3 con i triangoli aurei di  $36^\circ$ , Leonardo è riuscito a generare una scena di apparente, notevolissima complessità architettonica, governandola però attraverso regole geometriche fondamentali e pochi semplici elementi geometrici combinati tra loro: è questa quasi una “firma” del suo approccio, si pensi, ad esempio, alle planimetrie di chiese a pianta centrale ottenute per “gemmazione”

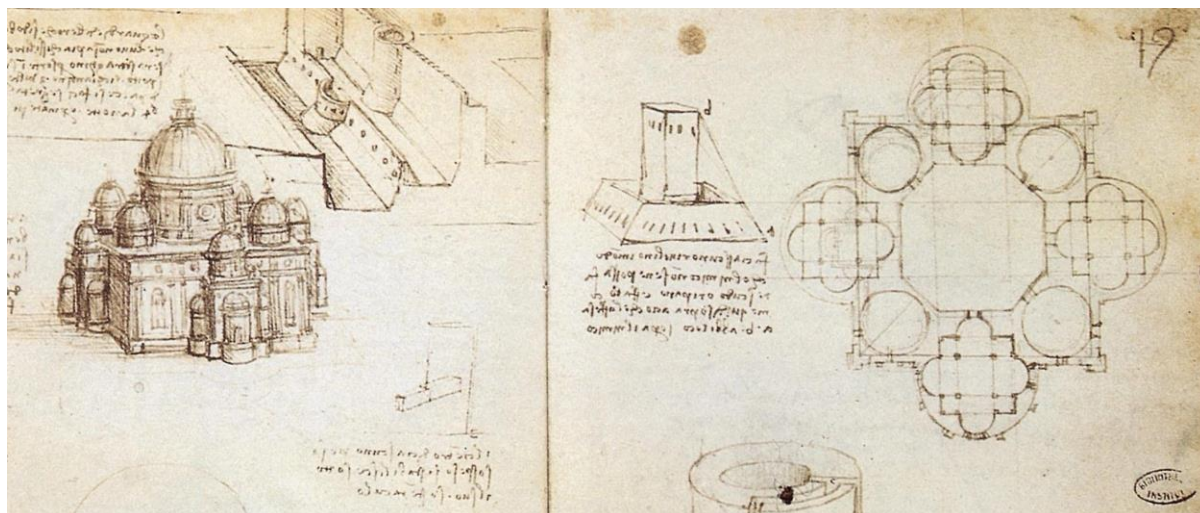


Figura 15 – Leonardo da Vinci, studi di chiese a pianta centrale.

È un vero e proprio "CAD" (Computer-Aided Design) ante litteram, tutto tracciato a mano e calcolato nella sua mente.

### **Il Doppio Registro Leonardesco: Razionalità Armonica e Perfezione Aurea**

Nel contesto dell' *Adorazione dei Magi*, le scale non sono un semplice elemento architettonico: rappresentano la ricostruzione del tempio in rovina, il passaggio dal mondo pagano alla Nuova Era cristiana. Sono, in senso simbolico e compositivo, il dispositivo che eleva l'Umanità verso un nuovo livello di conoscenza.

In questo quadro, l'uso simultaneo di due sistemi proporzionali — uno razionale e uno “divino” — non appare come un artificio, ma come una scelta quasi inevitabile, scontata, banale: nel senso aristotelico del termine. L'analisi metrologica del foglio Uffizi 436 E suggerisce infatti l'esistenza di un doppio registro generativo, coerente e sistematico.

Da un lato, il rapporto armonico 4:3 governa la planimetria: struttura la griglia, ordina la profondità, regola la spazialità orizzontale in perfetta consonanza con il braccio fiorentino, l'unità di misura reale del cantiere fiorentino quattrocentesco. È la dimensione della ragione, della misura, della costruzione.

Dall'altro, lo sviluppo degli alzati — in particolare la geometria delle scale — rivela l'impiego della sezione aurea. Non come ornamento, ma come motore dinamico: il triangolo aureo di  $36^\circ$  e  $54^\circ$  diventa la matrice dell'ascensione, la forma che trasforma la salita in un gesto estetico e spirituale.

Questo dualismo non è una contraddizione: è l'essenza stessa dell'ingegneria rinascimentale. Leonardo opera come un architetto che utilizza la proporzione razionale per governare lo spazio, e la proporzione aurea per elevare la forma verso la bellezza ideale.

La convergenza di questi due registri trova un'eco diretta nella *Divina Proportione* di Luca Pacioli — non a caso illustrata da Leonardo. Riletta alla luce delle evidenze del foglio 436 E, l'opera di Pacioli appare meno come un trattato teorico e più come un manuale operativo, un codice di cantiere che formalizza un metodo progettuale in cui rigore matematico e tensione verso il trascendente si fondono in un'unica visione architettonica integrata.

### **Epilogo (...?): Il modulo abitato e la consistenza biometrica**

**La Bio-scala umana e animale: verifica antropometrica e zoomorfa del modulo basato sul braccio fiorentino**

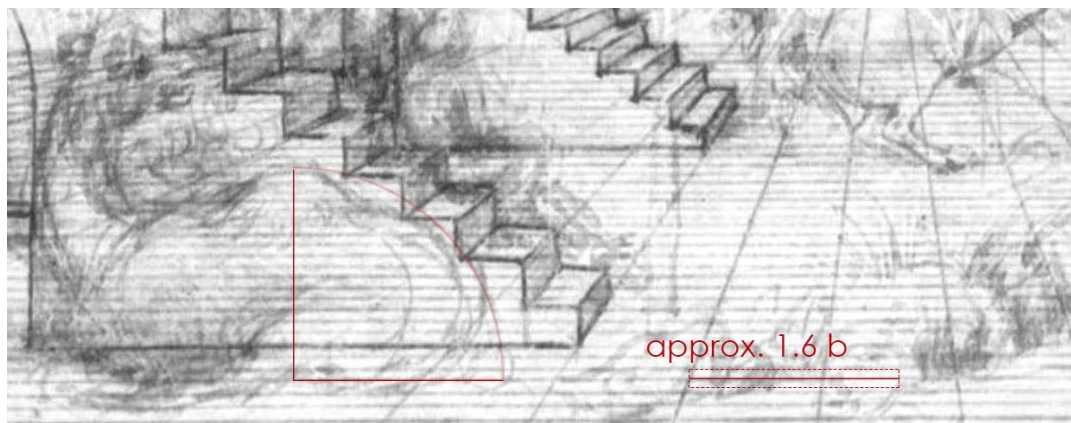
La dimostrazione della natura rettangolare della maglia generativa (4:3) e l'individuazione del *braccio fiorentino* come unità di base risolvono le storiche incongruenze geometrico-descrittive del disegno degli Uffizi, restituendo la forma a tutto sesto delle arcate e misurando le pendenze delle scale. Tuttavia, questo rigoroso palcoscenico geometrico non è concepito per restare vuoto: è, al contrario, fittamente popolato da figure umane, destrieri e persino presenze esotiche come un dromedario accovacciato.

Se la matrice spaziale obbedisce a leggi matematiche così stringenti, come si comportano gli esseri viventi al suo interno? L'architettura fa solo da sfondo a uno schizzo a mano libera o esiste un vincolo proporzionale che lega la materia inanimata ai corpi in movimento?

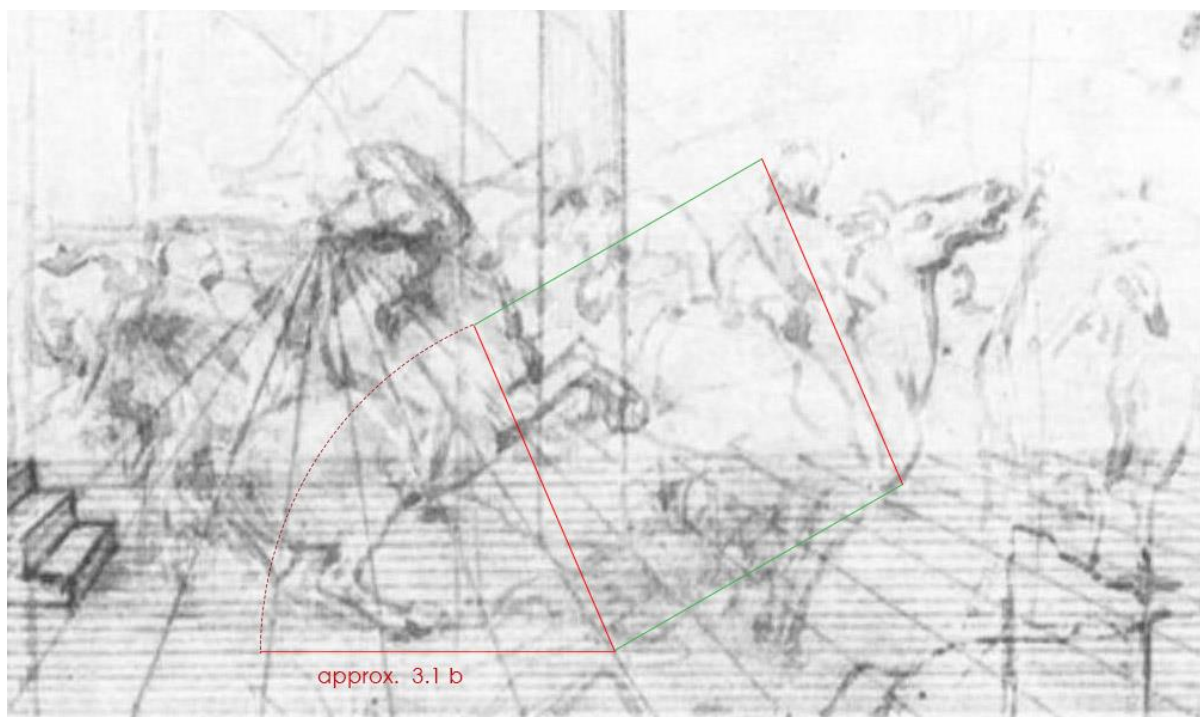
Una verifica preliminare — condotta semplicemente ruotando opportunamente e traslando in profondità il righello virtuale del braccio fiorentino per misurare le figure — apre scenari di ricerca sorprendenti. Gli elementi tratteggiati con maggiore definizione da Leonardo, ovvero il dromedario, i cavalli e i loro cavalieri inseriti come veri e propri "elementi nitidi" prima di sbizzare la folla più dinamica e sfumata, non sfuggono al controllo del modulo.

Senza voler qui anticipare i risultati di uno studio antropometrico e zoometrico più esteso, attualmente in fase di sviluppo, è sufficiente segnalare un dato di fatto: misurati all'interno della griglia 4:3 basata sul braccio fiorentino, le altezze al garrese dei cavalli scalcianti, la stazza del dromedario in decubito sternale e le proporzioni dei cavalieri ricalcano con notevole approssimazione le misure biologiche reali del tempo.

Questo riscontro offre un'ulteriore, importante validazione all'ipotesi della maglia rettangolare. Rivela, infatti, che Leonardo non si è limitato a tracciare una prospettiva architettonica, ma ha costruito un vero e proprio "simulatore spaziale" in scala, un ambiente tridimensionale perfetto dove ogni elemento, di pietra o di carne, condivide lo stesso, identico DNA metrico. E proprio la "misura della vita" costituirà il prossimo banco di prova per esplorare in via definitiva la geometria svelata del maestro fiorentino.



**Figura 16 – Esempio di misurazione approssimata zoometrica utilizzando la griglia modulare basata sul braccio fiorentino**



*Figura 17 – Esempio di misurazione approssimata antropometrica utilizzando la griglia modulare basata sul braccio fiorentino*

Riguardo alla citata e recente letteratura sull'argomento, questo articolo può essere considerato come una controreplica costruttiva e argomentata allo studio del 2022 e vuole offrire una soluzione alternativa ai problemi sollevati in quel contesto.

### **Confronto tra i due approcci**

Ecco come i due studi si pongono in contrasto costruttivo su punti fondamentali:

#### **1. Premessa di base: “Errore” vs. “Sistema Diverso”**

**Studio 2022 (Apollonio & Foschi):** parte dal presupposto che la prospettiva di Leonardo presenti “aberrazioni” e “errori formali” rispetto alle regole albertiane rigorose. Lo interpreta come un metodo “pratico” e non rigoroso.

**Questo articolo** rigetta questa visione. Propone che Leonardo non abbia approssimato il sistema albertiano, ma stia applicando un sistema geometrico personalizzato, diverso, raffinato e coerente (griglia 4:3 basata sul braccio fiorentino). La deformazione delle arcate che nello studio del 2022 appare una grossolana approssimazione del metodo albertiano diventa la chiave interpretativa di un diverso schema sottostante.



## 2. Metodo di Ricostruzione

**Studio 2022:** utilizza un'analisi grafica e una ricostruzione 3D inversa partendo da una griglia di quadrati come presupposto, trovando poi delle discrepanze tra restituzione e disegno reale.

**Questo articolo:** sostiene che il presupposto (la griglia di quadrati dell'articolo 2022) sia errato. Dimostra, sempre con ricostruzione 3D inversa, che solo adottando la griglia rettangolare 4:3 tutti gli elementi (soprattutto gli archi a tutto sesto) si allineano con il disegno.

## 3. Visione dell'Opera di Leonardo

**Studio 2022:** suggerisce che Leonardo possa aver approssimato o reinventato le regole per esigenze pratiche o compositive.

**Questo articolo:** rafforza l'immagine di un Leonardo estremamente rigoroso, sistematico e ingegneristico, che progetta un'architettura costruibile usando unità di misura reali e proporzioni armoniche, e che è perfettamente in grado di controllare la "scienza della prospettiva", addirittura personalizzando e raffinando il metodo albertiano.

La griglia 4:3 offre quindi una spiegazione alternativa che risolve le "anomalie" segnalate da Apollonio e Foschi, facendole scomparire semplicemente cambiando l'ipotesi di partenza sulla interpretazione della griglia prospettica, trasformando un presunto "problema" o "errore" in una prova della coerenza e della precisione del metodo leonardesco.

Leonardo's CAD - La Geometria Svelata (it/en)- From Modulus to Perspective:  
Leonardo's Generative Grid and the Florentine Braccio in the Adoration of the Magi.  
A Technical Reinterpretation of the Uffizi Drawing

© 2025 by Giancarlo De Leo is licensed under Creative Commons  
AttributionNonCommercial-NoDerivatives 4.0 International. To view a copy of this  
license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

---

# Leonardo's CAD - The Revealed Geometry (en)

*From modulus to perspective: Leonardo's generative grid and the  
Florentine Braccio in the Adoration of the Magi.  
A technical reinterpretation of the Uffizi Drawing (inv. 436 E).*

by Giancarlo De Leo · 23 August 2025

*Abstract*

*Beyond the Square: The 4:3 Grid and Architectural Perfection in the Adoration of the Magi*

*This study presents a methodological shift in the analysis of Leonardo da Vinci's preparatory drawing for the Adoration of the Magi. Moving beyond the traditional assumption of a square-based perspective grid, the author utilizes CAD software and reverse-engineering techniques to demonstrate Leonardo's use of a rectangular grid with a 4:3 harmonic ratio. This discovery resolves long-standing visual inconsistencies, showing that the arches in the background regain their perfect semicircular form when aligned with this modularity, consistent with the Florentine braccio unit of measurement. Furthermore, the analysis reveals the deliberate application of pentagonal geometry and the Golden Ratio.*

*This research highlights Leonardo's mathematical rigour, showing that what was previously perceived as a perspectival error is, in fact, a sophisticated architecture of vision.*

*The analysis unfolds through a sequence of direct visual observations readable on the Uffizi sheet, CAD-based verifications, and inverse procedures, conceived as independent yet convergent lines of evidence.*

*This study integrates direct visual evidence from Leonardo's drawing with CAD-based verification and inverse geometric reasoning.*

-----

Over the last few decades Leonardo da Vinci's Adoration of the Magi and the wellknown preparatory drawing in the Uffizi have been the subject of increasingly refined perspective analyses and digital reconstructions, which have helped clarify the spatial structure of the complex architectural background.[1][2] In many of these studies, the grid traced by Leonardo on the floor is interpreted as a regular lattice of

squares, projected according to the rules of Albertian central perspective and taken as the basis for three-dimensional modelling of the ruins and staircases.[1]

The present work belongs to this line of research but proposes a different reading of the grid underlying the Uffizi sheet. Starting from a geometric analysis of the twodimensional elements parallel to the picture plane of the drawing and from a subsequent verification through a perspective reconstruction of the 3D architecture in CAD superimposed on the sheet, it is argued here that Leonardo's spatial scheme is not based on a chessboard of squares, but rather on a mesh of rectangles modularly related to the Florentine braccio, with a harmonic ratio of 4:3 between the long and the short side.[4][5][6]

However, adopting a square grid as an interpretation of Leonardo's reticulation and back-projecting the sheet into a three-dimensional CAD space produces a markedly distorted reconstruction of the arches between the staircases. In our view this result is incompatible with Leonardo's mathematical, artistic and architectural vision, at a time when he was still young and strongly influenced by the Florentine milieu of the later fifteenth century — a context dominated by the legacy of Brunelleschi and his architectures (San Lorenzo, Santo Spirito), characterised by exemplary fullsemicircular arches, and above all by the teachings of Leon Battista Alberti in his treatises on painting and architecture.[2][3]

### **A preliminary visual clue: a double arch system?**

An argument of immediate visual evidence precedes any CAD verification and can be read directly on the Uffizi sheet. If Leonardo had truly adopted a square grid, he would have introduced a geometrically incompatible double arch system: the arches piercing the staircases — visible in a plane parallel to the picture plane and therefore not subject to perspective distortion — are visibly full semicircles, whereas the main arches, seen in perspective and orthogonal to the staircases in the represented space, would result in depressed arches. Such a split would be implausible in itself, but becomes wholly unacceptable when one considers that those same main arches clad 'in elevation' the arches of the classical ruins: a typology that, by definition — and by explicit Brunelleschian and Albertian tradition — employs the full semicircular arch. To attribute depressed arches to Leonardo in a classicising architectural context, and moreover in contradiction with the full semicircular arches visible in the same scene, means ignoring everything that the young Leonardo had absorbed from the Florentine milieu of the second half of the fifteenth century.

### **The Florentine braccio and the 4:3 ratio (hypothesis “ $\alpha$ ”)**

Taking the Florentine braccio, equal to 58.36 cm and in common use in Florence at the end of the fifteenth century, as the unit of measurement, each module of the grid measures  $58.36 \times 43.77$  cm. The longitudinal vanishing lines are spaced one braccio apart, while the transverse ones are spaced three-quarters of a braccio apart.[7][8][9] The “a priori” choice of the Florentine braccio as the unit of the perspective grid is supported by historical reasons and by the coherent scale of the architectural elements, human figures and animals represented in the drawing; at the same time, it remains a preliminary assumption: in the absence of explicit indications by Leonardo for this sheet, it fixes the absolute scale of the reconstruction without altering the proportional relationships between the elements.[7][6]

The identification of the harmonic 4:3 ratio between the sides of the rectangles composing the perspective grid (hypothesis “ $\alpha$ ”) is the result of an a posteriori verification. The inverse reconstructions of the 3D space were compared under different assumptions for the ratio between the short and long sides of the modules: 1:1 (square grid, hypothesis “ $\kappa$ ”), 3:2 (hypothesis “ $\beta$ ”),  $1:\varphi$  (golden section, hypothesis “ $\varphi$ ”) and 2:1 (hypothesis “ $\delta$ ”).[2] As will be shown below, only the 4:3 grid yields arches that are perspectively correct and free of obvious distortions, whereas the square grid tends to dilate the arches and the 3:2,  $1:\varphi$  and 2:1 grids tend to compress them, proving less compatible with the Uffizi drawing when the corresponding 3D reconstructions are brought back into perspective and overlaid on the sheet.

### **First clue: the curvature of the arches**

The curvature of the arches, which we can say with reasonable certainty Leonardo conceived as full semicircles, is the only truly discriminating element for precisely identifying the type of geometric grid underpinning the entire construction. It is this curvature that makes apparent the relationship between the arch span — determined by the “short” module of the grid — and the rise, a constant measurable directly on the drawing as a quantity proportional to the overall height of the staircases, which is in turn linked to the “long” module through a trigonometric relationship.

All other prismatic elements (steps, masonry, pillars) would remain geometrically “correct” and consistent regardless of how freely the ratio between the long (transverse) and short (longitudinal) sides of the rectangles is varied.



## Second clue: the varying impost levels of the arches

The correctness of the 4:3 ratio can also be verified through a procedure inverse to the one just described. Keeping the crown height of the arches — as fixed by the drawing — as the geometric constraint, but this time imposing full semicircular arches for each proportional ratio between the long side (one Florentine braccio) and the short side of the grid rectangles, one inevitably obtains different impost levels for the arches, equal to the crown height minus the radius of curvature.

Of all these possible impost levels, the only one that matches that readable in Leonardo's drawing — interpolating the measurements of the two staircases, approximately at the midpoint of the eleventh step — is again the one corresponding to the 4:3 ratio.

## Third clue: the ground footprint of the pillar adjacent to the foreground staircase

A further clue in favour of the 4:3 rectangular grid comes from the pillar adjoining the foreground staircase. Since it supports a cross vault on a square base, it is highly probable that the pillar has a square section. In the drawing, however, the depth of the pillar coincides with one grid module, while the width is noticeably smaller, approximately three-quarters of a module: the side of the pillar therefore corresponds to the short side of the modular rectangles. If the grid were composed of squares, a square-section pillar would occupy a 1×1 module in plan, making width and depth coincide with the module itself; the observed discrepancy is therefore compatible with a 4:3 grid and difficult to reconcile with a square grid.

## The golden right triangle generating the staircase

On this grid, clearly set by Leonardo on the floor plane supporting the staircases (the CAD xy-plane), a right-angled triangle generating the nearer staircase is erected perpendicularly. This triangle lies on a plane parallel to the picture plane (the CAD xz-plane) and is therefore not subject to perspective deformation, making it easily measurable according to the rules of plane geometry.[10]

For the foreground staircase, the drawing allows two possible generating right triangles to be identified, similar but distinct, sharing the same acute base angle:

- **hypothesis “a”**: visible staircase of 15 steps, with the longer cathetus measuring 7 braccia;
- **hypothesis “b”**: “complete” staircase of 16 steps, with the longer cathetus measuring 7.5 braccia.

From the graphic analysis of the high-resolution reproduction of the Uffizi sheet, both hypotheses must initially be regarded as equally admissible, owing to the thickness of Leonardo's strokes, which introduces an inevitable margin of approximation and interpretation with respect to the "ideal" measurements yielded by CAD.

The common acute angle at the base of Leonardo's triangles measures effectively about  $36^\circ$ , with only minimal uncertainty due to line thickness. **This value is not accidental:** the  $36^\circ$  angle belongs to a core set of geometric configurations which, within the Euclidean tradition and Renaissance constructive practice, are closely associated with the golden ratio. It characterizes the golden triangles and the regular pentagon, figures in which proportional relationships between segments and inscribed circles naturally give rise to the emergence of the golden ratio.

[11][12][13][14][15] The staircase therefore appears to be constructed by a simple straightedge-and-compass procedure: once the base is fixed, a  $36^\circ$  angle determines a right triangle in which the ratio between the oblique development (the hypotenuse) and the horizontal projection (the longer cathetus) is of golden type.[13][16]

This construction, derived from pentagonal geometry, is fully consistent with the principles that will later be formalised by Luca Pacioli in the *Divina Proportione* (1509) and with Leonardo's graphic practice, as documented by his studies on the pentagon, dodecahedron and regular solids in his notebooks and geometric sheets.[17][18][19]

*Note: Although folios 309r–309v of the Codex Atlanticus are chronologically later than the preparatory drawing for the Adoration of the Magi (Uffizi, inv. 436 E) and should therefore not be interpreted as studies directly connected to its design, they nonetheless testify to Leonardo's sustained interest in pentagonal geometry, golden triangles, and proportions related to the golden ratio. The presence of these constructions in the more mature sheets of the Codex Atlanticus confirms that the geometric choices observable in the Uffizi drawing belong to a broader and long-lasting line of research.*

In summary:

- the use of the triangle with a  $36^\circ$  angle does not need to be demonstrated: it is directly read from the Uffizi drawing by measuring the common angle of the

generating triangles of the staircase once the sheet has been rectified, and it is historically supported by Leonardo's own geometric studies;

- the actual “demonstration” concerns the 4:3 grid, which is obtained a posteriori by exclusion, comparing the 3D reconstructions produced with the various grids, brought back into central perspective, and checking which ones yield arches congruent with those of the Uffizi sheet.[2]

**Leonardo's design choice is also confirmed by the Uffizi altarpiece of the Adoration of the Magi: the same 15 steps and a base angle of  $36^\circ$  can be observed.**

In moving from the drawing to the painting, Leonardo noticeably increased the spacing and slightly shifted the viewpoint, yet he preserved the background architecture as an iconic element. He adopted a parallel view to highlight the proportions of the “golden” right triangle of the staircases, thus avoiding perspective distortions.

### **The Role of the Staircases and Arches in the *Adoration of the Magi***

#### **Compositional Centrality of the Staircases and Arches**

The complex of staircases and arches that rises above the ruins represents a prominent element in Leonardo's creative process for the *Adoration*. This centrality emerges with particular clarity in a sketch preserved at the Louvre, probably executed as an initial preparatory study for the *Adoration of the Magi*. The sketch is distinguished by the different viewpoint chosen by the artist: the staircases are depicted from the right side and from an elevated perspective, almost a bird's-eye view. In this view, only two arches can be clearly identified, inserted between the sloping lines of the staircases. The resulting geometric composition, although differing from the later versions, retains a strong iconic quality and an internal coherence that reflects Leonardo's research into forms and proportions.

#### **The Geometry of the Staircases in the Louvre Sketch**

In the aforementioned drawing, the staircases appear characterized by a greater steepness compared to other representations. The diagonal of the generating right triangle approaches  $45^\circ$ , taking into account the inevitable inaccuracies due to the freehand drawing. This configuration implies that the height of the staircase and its

horizontal projection are effectively equal, thus generating an isosceles right triangle. In such a case, the length of the hypotenuse corresponds to the diagonal of the square constructed on the two legs, highlighting a rigorous geometric construction that can be identified in Leonardo's compositional framework.

## **Design and Descriptive Intentions**

Some details precisely reveal Leonardo's geometric intentions:

### *Profile of the Staircases*

As in the Uffizi drawing and painting, the staircases are represented in profile, with their sides parallel to the projection plane. This avoids perspective distortions and preserves the "harmonic" clarity of the generating right triangles:

- triangle with square diagonal in the Louvre sheet
- golden pentagonal-type triangle (angles of  $36^\circ$  and  $54^\circ$ ) in the Uffizi drawing and painting

In all cases, these are triangles based on relationships involving well-known irrational and incommensurable numbers, known for their connection to proportion, aesthetics, and architecture. It is highly probable — almost certain — that Leonardo started precisely from these iconic forms to construct his compositions.

This is confirmed by the marked, "reinforced" line, drawn multiple times and at right angles, visible at the base and at the wall junction of the staircases. The line is so insistent that it can be clearly perceived even through the prismatic block leaning against the staircase in the background, on which a standing figure is placed.

### *Double Profile of the Staircases in the Louvre Sketch*

Both staircases in the sketch clearly present a "double profile":

- one, more defined, from which the steps depart in perspective
- the other, faintly indicated, aligned with the first but placed approximately one step lower



This second profile appears to have been drawn after the first, in order to “lower the staircases” by aligning the intrados of the arches with the support plane of the last projecting step from the wall — exactly as observed in the Uffizi drawing and painting. This demonstrates that the idea of geometrically constraining staircases and arches, assigning them the same height and width, was already fully present in this earliest version.

## Geometric Consistency and Historical Context

The construction of the right triangle with angles of  $36^\circ$  and  $54^\circ$ , derived from pentagonal geometry, is fully consistent with the principles later formalized by Luca Pacioli in *De Divina Proportione* (1509), and with Leonardo’s graphic practice, as evidenced by his studies of the pentagon, dodecahedron, and regular solids in his notebooks and geometric sheets.[17][18][19]

**Note:** Although folios 309r–309v of the Codex Atlanticus are chronologically later than the preparatory drawing of the *Adoration of the Magi* (Uffizi, inv. 436 E), and should therefore not be interpreted as studies directly related to its design, they testify to the continuity of Leonardo’s interest in pentagonal geometry, golden triangles, and proportions related to the golden ratio. The presence of these constructions in the later sheets of the Codex Atlanticus confirms that the geometric choices observable in the Uffizi drawing belong to a broader and long-lasting line of research.

## In Summary

- the use of the right triangle with a  $36^\circ$  angle does not require demonstration: it can be directly read from the Uffizi drawing (and painting) by measuring the shared angle of the generating triangles of the staircase restored orthogonally, and is historically supported by Leonardo’s geometric studies;
- the actual “demonstration” instead concerns the “ $\alpha$ ” grid (4:3), which is obtained *a posteriori* by exclusion, comparing the different 3D reconstructions generated using various grids, rendered in central perspective, and verifying which ones produce arches consistent with the Uffizi sheet.[2]

## **Geometric Forms in the Different Versions: Analysis and Compositional Role**

### **Recognizability and Objectivity of Geometric Forms**

The main geometric forms identifiable in the preparatory sheets and in the Uffizi painting, as well as in the Louvre sketch, include golden right triangles, isosceles rectangles, and semicircular arches crossing the staircase bodies. These figures do not result from arbitrary interpretations, but are directly visible and measurable in Leonardo's drawings. Their frontal placement, perfectly parallel to the projection plane, guarantees their geometric integrity, allowing verification free from perspective ambiguity. In this sense, the presence of such elements constitutes an objective datum within the creative process, while the interpretative question of their specific role within the compositional structure of the work remains open.

### **Geometric Ratios and Compositional Intentionality**

The geometric forms described above can all be traced back to incommensurable ratios, such as the golden ratio ( $\varphi$ ), the square root of two ( $\sqrt{2}$ ), and pi ( $\pi$ ). From this, it may be hypothesized that Leonardo made a conscious and distinctive choice between the spatial regulation of depth — entrusted to rational proportions — and the definition of iconic and generative geometric elements, which are based on irreducible geometric relationships and are preserved in their pure form precisely because they are represented in plane geometry. In this way, Leonardo preserves the clarity of geometric forms, emphasizing their function both as compositional tools and as symbols of aesthetic perfection and harmony within the work.

### **Measurement of the staircase, hypothesis "a" – combination "aα" (15 steps, 4:3 grid)**

In hypothesis "a", the horizontal base of the visible staircase (15 steps) is assumed to correspond to seven modules, for a total length of about 408.52 cm. The calculated height of the landing at the fifteenth step, corresponding to the length of the short side of the triangle, is about 296.81 cm, divided into fifteen risers of 19.79 cm and fifteen treads of 27.23 cm.

In the preparatory drawing the generating triangle is clearly legible not only in the foreground staircase, but also in the symmetric staircase in the background, which repeats the same geometric construction within the same modular grid.

The width of the staircase equals four short sides of the grid rectangles and, in hypothesis “ $\alpha$ ”,  $4 \times 3/4$  of a braccio, i.e. 3 braccia, or 175.08 cm. The plan projection of the staircase in combination “ $a\alpha$ ” thus forms a rectangle of  $7 \times 3$  braccia ( $408.52 \times 175.08$  cm), with a dimensional ratio of 7:3.

### **Measurement of the staircase, hypothesis “b” – combination “b $\alpha$ ” (16 steps, 4:3 grid)**

In hypothesis “b”, the horizontal base of the complete staircase (16 steps) is taken to correspond to seven and a half modules, for a total length of about 437.70 cm. The calculated height of the landing at the sixteenth step, corresponding to the length of the short side of the triangle, is about 318.01 cm, divided into sixteen risers of 19.88 cm and sixteen treads of 27.36 cm.

The width of the staircase, as in hypothesis “a”, is equal to 3 braccia (175.08 cm). The plan projection of the staircase in combination “b $\alpha$ ” therefore forms a rectangle of  $7.5 \times 3$  braccia ( $437.70 \times 175.08$  cm), with a dimensional ratio of 5:2.

The further combinations with the other module hypotheses “ $\kappa$ ” (square grid, 1:1), “ $\beta$ ” (3:2), “ $\varphi$ ” (1: $\varphi$  – golden section), “ $\delta$ ” (2:1) and the table of the corresponding tread, riser, width and total-height values make it possible to evaluate systematically the geometric and perspectival consistency of the different grids, showing that the 4:3 solution is the one that best agrees with Leonardo’s drawing without introducing perceptible distortions in the arches.

### **Arches, pillars and the solid/void ratio**

#### **CAD construction: combination “a $\alpha$ ” (15 steps, 4:3 grid)**

The arches, seen in frontal elevation, are constructed as semicircles of radius 87.54 cm ( $2 \times 3/4$  of a braccio) inscribed in rectangles with the short (horizontal) side of 175.08 cm ( $4 \times 3/4$  of a braccio); the diameter of the semicircle coincides with the short side of the rectangle. The pillars between one arch and the next are 1 module (43.77 cm) wide and their springing height is derived directly from the drawing; this measure, crucial for identifying the 4:3 ratio, is obtained by transferring with the compass, rotated by 90°, the impost level of the foreground arch onto the corresponding horizontal line of the underlying grid.

With two geometric constraints fixed from the drawing — the maximum height of the arches (equal to the height of the fifteenth step: 296.81 cm in case “a”) and the impost level (just above the midpoint of the eleventh step) — it can be verified that every other assumption regarding the proportional ratio between the sides of the grid fails to produce full semicircular arches: with the square grid the arch span exceeds the impost height and the result is a depressed arch, whereas with the 3:2, 1:φ and 2:1 grids the arches become progressively raised and compressed, at odds with Leonardo’s drawing when the CAD reconstructions are brought back into perspective.

### **The 1:4 rhythmic proportion**

The 1:4 rhythm between solids and voids is among those recommended by Leon Battista Alberti for arch proportions in his treatise. From Alberti, Leonardo also seems to have adopted the invitation to use pillars rather than columns to support arches, the latter being better suited to carrying beams.

Between the two staircases the sequence pillar (1 module) – arch (4 modules) is repeated three times and closed by a final pillar, for a total of 16 modules = 12 braccia; locally the solid/void ratio is therefore 1:4. The two staircases and the three arches share the same width of four transverse modules; in depth, starting from the foreground, the sequence is: ruined arch, pillar, staircase, pillar, arch, pillar, arch, pillar, arch, pillar, staircase, pillar, etc., thus maintaining the 1:4 rhythm even when the staircases are inserted into the arch system.

On the basis of these rhythmic observations, it is probable that Leonardo, having set his principal unit of measurement as the Florentine braccio, chose the 4:3 ratio precisely for convenience and control of the perspective drawing: the main module measurable “at ground level” on the horizontal lines of the grid transfers directly to the elevation through a simple 90° rotation; and the four depth-partitions of each individual arch (corresponding, with the 4:3 ratio, to 3 Florentine braccia) make it very easy to locate the crown vertical, situated at the exact midpoint, i.e. on the vertical between the second and third partition.

*(Interpretative note: this observation does not affect the metric reconstruction, but may be helpful for the iconographic interpretation of the drawing and the painting. Compared with the “ancient” arcades of the ruined portico, whose 4:1 rhythm is clearly defined, the “modern” staircases — intact and geometrically crystalline — that are inserted into the*



*architecture following the same rhythm without altering the sequence seem to allude to building-site structures dedicated to the reconstruction of the temple, in line with the humanistic spirit of the age, which sought to recover the classical heritage and place it at the service of the Church.)[20][21][22]*

### **Determination of the viewpoint**

The vanishing lines of the drawing converge towards a single point on the horizon line, which with good approximation is located at the height of the eleventh step of both staircases.

- The perpendicular drawn from the vanishing point lies, on the sheet, on the median line of the third column of modular rectangles, counted from the ground-level edge of the first step and proceeding to the right.
- In CAD terms, with the xy-plane parallel to the floor and the xz-plane parallel to the staircase sections, the origin (0, 0, 0) is placed at the ground-level corner of the nearest edge of the foreground staircase.
- The vanishing point and the viewpoint therefore lie on the line parallel to the y-axis passing respectively through the point  $(58.36 \times 2.5; 0; 19.79 \times 11)$  in hypothesis “a” and through the point  $(58.36 \times 2.5; 0; 19.88 \times 11)$  in hypothesis “b”.

### **Grid exclusion test and overall consistency**

Different proportional grids (squares 1×1, rectangles 3:2, 2:1, 1:φ and 4:3) were tested by means of 3D CAD reconstruction and subsequent perspective restitution onto the Uffizi sheet.[2] The square grid dilates the arches, while the 3:2, 1:φ and 2:1 grids compress them; only the 4:3 grid simultaneously reproduces the correct span of the arches, the spacing of the pillars and the slope of the staircases, without introducing perceptible distortions.[10]

**Inverse procedure:** as a cross-check, the condition that all arches must be full semicircles is imposed. The only grid that, with this constraint, produces an impost height coinciding with that of the drawing is, once again, the 4:3.

*All 3D inverse reconstructions and perspective overlays were performed in AutoCAD 2022 with a tolerance of  $\pm 0.5$  mm on the high-resolution scan of the Uffizi drawing (inv. 436 E).*

### Hypothesis from graphical measurement

From direct measurement of the drawing, the impost of the arch appears to lie at approximately 10.6 steps out of 15. Assuming the ridge height equals the stair height, we have:

$$H_c = 7 b \cdot \tan 36^\circ$$

Assuming the arch radius is  $r = 2y$  (two modules), equating the measured fraction to the geometric expression yields:

$$7 b \cdot \tan 36^\circ - 2 y = (10.6 / 15) \cdot 7 b \cdot \tan 36^\circ$$

Solving for  $y$  gives:

$$y = (77 / 75) \cdot b \cdot \tan 36^\circ$$

$$y \approx 0.7456 b$$

### Reverse check assuming 4:3 grid

Assuming a 4:3 rectangular grid, we set:

$$y = 3/4 b$$

Substituting into the impost expression:

$$H_i = 7 b \cdot \tan 36^\circ - 2 \cdot (3/4) b$$

$$H_i = b (7 \tan 36^\circ - 3/2)$$

With  $\tan 36^\circ \approx 0.726542528$ , we obtain:

$$H_i \approx 3.585797696 b \quad (H_i \approx 3.585797696 \cdot b)$$

Expressed in steps out of 15 (with  $H_c = 7 b \cdot \tan 36^\circ$ ):

$$\text{steps} = (H_i / H_c) \cdot 15 \approx 10.5744 \quad (\text{steps} = \frac{H_i}{H_c} \cdot 15 \approx 10.5744)$$

With  $b = 58.36$  cm, we find:

$$H_c \approx 296.8 \text{ cm}; H_i \approx 209.3 \text{ cm}$$

### Note on measurement uncertainty

The value 10.6 is approximate and derived from the drawing; an uncertainty of  $\pm 0.1$  steps affects the coefficient for  $y$  linearly.

### figure captions

Figure 14 – Measurement of the impost:  $\approx 10.6/15$  of total height (graphical reading).

### Conclusions

This discovery confirms three aspects of the artist's mind:

**Methodological rigour:** it confirms that Leonardo, even in a preparatory drawing, employed a highly sophisticated perspective and modular system, based on real units of measurement (the Florentine braccio) and harmonic proportions (4:3).

**Cultural synthesis:** Leonardo does not apply the rules of perspective mechanically. He fuses them with the architectural tradition and Florentine theory of the period (Brunelleschi's full semicircular arches, Alberti's recommendations) and with research into mathematical proportions (the 4:3 ratio, the  $36^\circ$  triangle).

**An executable "project":** the use of a modular grid and a staircase with golden proportions suggests that Leonardo was designing a realisable architecture, not merely a fantastical backdrop. The 4:3 grid functions as a "master plan" for the entire scene.

In summary, this research reveals a Leonardo who is already, in this early work, a scientist, engineer and mathematician, constructing articulated and complex spaces from simple, precise and elegant rules.

### Why 4:3?

Leonardo left us no written explanation, but the historical, mathematical and practical context of the period offers several plausible and intertwined answers. Here are the three main "layers" that may explain this choice:

#### 1. The Practical-Cultural Context: the Florentine braccio

The most immediate and concrete reason is linked to Florentine building practice. The hypothesis supported by this research is that the basic module is 1 braccio  $\times$   $3/4$

braccio. The Florentine braccio (approximately 58.36 cm) was the unit of measurement used by master builders, carpenters and architects in Florence to measure stone, timber and surfaces. Using this grid meant that the architectures in the drawing were not mere abstractions, but buildings potentially constructible according to the conventions of the period. Leonardo, trained in Verrocchio's workshop in contact with craftsmen, thought like a "designer".

## 2. The Theoretical-Mathematical Context: a Harmonic Ratio

The ratio 4:3 is not a random fraction. It was regarded as a harmonic (or superparticular) ratio, laden with meaning in the science and aesthetics of the time. In Pythagorean theory, which still influenced the Renaissance, the musical interval of the fourth (e.g. C–F) was expressed by the ratio 4:3: a proportion considered stable, pleasant and consonant. The 4:3 was also common in architectural proportions (for example, the ratio between the height and width of many rooms) and in pictorial composition. Leonardo, as a keen observer of nature, knew that certain proportions recur and are perceived as harmonious.

## 3. The Graphic-Operative Context: a Functional Choice for the Drawing

Finally, the choice may be driven by a need for visual and constructive effectiveness in the composition. A grid of rectangles (4:3) offers better control of perspective compression than squares: the rectangles "taper" more markedly towards the vanishing point, accentuating the sense of depth. It is also a technical drawing expedient: making the transverse intervals narrower than the longitudinal ones helps to better control the perspective ellipses of the arches. In the case of the arch span, being able to divide a measure of three braccia into four partitions (an even number) makes it much easier to locate the crown, situated at the exact midpoint, i.e. on the vertical between the second and third partition. Starting from a simple module (4:3) and combining golden triangles ( $36^\circ$ ) for the staircases, Leonardo generates an apparent architectural complexity from fundamental geometric rules: a simple yet combinatorial system that yields rich and articulated results.

## Synthesis: a "Hybrid" and Deliberate Choice

Leonardo probably did not choose the 4:3 for a single reason, but because this proportion represented the perfect meeting point of different requirements:

Practical Reason (Context)	Theoretical Reason (Knowledge)	Operative Reason (Drawing)
-------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------



Basing the design on the unit of measurement in use (Florentine braccio)	Applying a harmonic ratio (4:3) from the tradition	Controlling perspective and creating geometrically correct full semicircular arches
--	--	---

In other words, the 4:3 was the choice that allowed Leonardo to be simultaneously:

- practical (with respect to building conventions),
- theoretical (with respect to the theory of proportions),
- operative (for the correct perspectival rendering of the architectures).

It was a typically Leonardesque synthesis of empiricism, theory and artistic practice, applied to solve a problem of spatial design in a rigorous and elegant manner.

This analysis modifies and redefines our perception of the drawing: it ceases to be a “preparatory sketch” and becomes a genuine “realizable architectural project” in perspective (not merely scenographic and/or functional to the painting), conceived according to the most advanced theories of the period, revealing the interdisciplinary mind of its author already in an early phase.

**The mathematical connection between the 36° angle of the generating triangle of the staircases and the 4:3 grid that governs the plan is the key to interpreting the represented space, because it reveals how Leonardo combined practical logic with “divine” proportions.**

### **The Integration into the “4:3 System”**

Architectural genius resides in the interlocking of two mathematical worlds. On the one hand, Leonardo lays out a rational and measurable “master plan” for the entire scene: a grid based on the Florentine braccio, structured according to a harmonious and constructive 4:3 ratio. On the other hand, upon this pragmatic grid he perpendicularly “grafts” the 36° golden triangles in order to raise the staircases. In practice, he employs a human and practical proportion (4:3) for the floor and the arcades, and an irrational and “divine” proportion (the golden ratio) for the ascending ramps.

## Evidence in Leonardo's Codices

This geometric construction is historically consistent with Leonardo's studies. As has already been noted, although they postdate the Uffizi drawing, folios 309r and 309v of the Codex Atlanticus contain Leonardo's studies on the construction of the regular pentagon and golden triangles. This demonstrates that around 1481–1482 the young artist was already experimenting in practice with the same proportional rules that his future friend Luca Pacioli would later codify in the famous treatise *De Divina Proportione*.

By combining the basic 4:3 module with 36° golden triangles, Leonardo succeeded in generating a scene of apparent and remarkable architectural complexity, while governing it through fundamental geometric rules and a small number of simple geometric elements combined together. This is almost a “signature” of his approach—one need only think, for example, of the plans of centrally planned churches obtained through a process of “germination.”

**It is a true *ante litteram* “CAD” (Computer-Aided Design) system, entirely drawn by hand and calculated within his own mind.**

## The Leonardian Double Register: A Synthesis of Harmonic Rationality and Golden Perfection

In the specific context of the *Adoration of the Magi*, the stairways carry a profound symbolic meaning: they represent the reconstruction of the ruined temple in the light of the new religion. The stairs connect the pagan world to the New Era, elevating Humanity to a higher existential plane.

That Leonardo may have employed a *divina proportione* to represent this ascent—while simultaneously relying on a rational and harmonic system to govern spatial organization—becomes an almost self-evident hypothesis, even banal choice, in the Aristotelian sense of the term. The metrological analysis conducted on Uffizi drawing 436E suggests a broader interpretative key, one that transcends the single work and reveals the presence of a dual generative register in Leonardo's design method.

We have shown that the harmonic 4:3 ratio acts as an invariant law of the planimetric grid, defining rational spatiality and the management of the horizontal plane in strict coherence with the Florentine *braccio*. In parallel, the development of the elevations—most notably the geometry of the stairways—reveals the use of the golden section, understood not as ornament, but as an aesthetic and dynamic engine.

This dualism is not a methodological contradiction; it is the very essence of Renaissance engineering. Leonardo operates as an architect who requires measure (the 4:3 ratio) to govern space, and divine proportion (the golden ratio) to elevate form toward ideal beauty.

Far from being an abstract speculation, this practice finds a direct echo in Luca Pacioli's *Divina Proportione*, illustrated by Leonardo himself. Re-examined in light of our empirical findings, Pacioli's treatise appears less as a purely theoretical text and more as a genuine worksite manual—a codification of a *modus operandi* in which mathematical rigor and the pursuit of transcendent perfection converge into a unified architectural vision.

## **Epilogue (...?): The inhabited module and biometric consistency**

### **Human and Animal Bio-scale: Anthropometric and Zoomorphic Verification of the Module based on the Florentine Braccio**

The demonstration of the rectangular nature of the generative grid (4:3) and the identification of the *Florentine braccio* as the base unit resolve the historical structural inconsistencies of the Uffizi drawing, restoring coherence to the arcades and the slopes of the stairs. However, this rigorous geometric stage is not designed to remain empty: on the contrary, it is densely populated by human figures, steeds, and even exotic presences such as a crouching dromedary.

If the spatial matrix obeys such stringent mathematical laws, how do living beings behave within it? Does the architecture merely serve as a backdrop for a freehand sketch, or is there a proportional constraint binding inanimate matter to bodies in motion?

A preliminary verification—conducted by simply rotating and translating the virtual ruler of the *Florentine braccio* in depth to measure the figures—opens up surprising research scenarios. The elements sketched with the greatest clarity by Leonardo, namely the animals and riders inserted as true "sharp elements" before roughing out the more dynamic and blurred crowd, do not escape the control of the module.

Without wishing to anticipate the results of a more extensive anthropometric and zoometric study currently under development, it is sufficient to point out a factual datum: when measured within the 4:3 grid, the heights at the withers of the kicking horses, the bulk of the dromedary in sternal recumbency, and the proportions of the riders replicate with impressive accuracy the actual biological measurements of the time.

This finding offers a further, formidable validation of the rectangular grid hypothesis. It reveals, in fact, that Leonardo did not limit himself to drawing an architectural perspective, but built a true scale "spatial simulator," a perfect three-dimensional environment where every element, whether of stone or flesh, shares the exact same metric DNA. And it is precisely this "measure of life" that will constitute the next testing ground to definitively explore the unveiled geometry of the Florentine master.

---

With regard to the cited recent literature on the subject, this article may be regarded as a constructive and reasoned counter-response to the 2022 study, offering an alternative solution to the problems raised in that context.

### **Comparison between the two approaches**

Here is how the two studies stand in constructive contrast on fundamental points:



## 1. Basic premise: “Error” vs. “Different System”

**2022 Study (Apollonio & Foschi):** starts from the assumption that Leonardo’s perspective presents “aberrations” and “formal errors” with respect to strict Albertian rules. It interprets this as a “practical” and non-rigorous method.

**This article** rejects this view. It proposes that Leonardo did not approximate the Albertian system, but was applying a personalised, different, refined and coherent geometric system (the 4:3 grid based on the Florentine braccio). The distortion of the arches that in the 2022 study appears as a rough approximation of the Albertian method becomes the interpretive key to a different underlying scheme.

## 2. Method of reconstruction

**2022 Study:** uses a graphic analysis and an inverse 3D reconstruction starting from a square grid as a presupposition, then finding discrepancies between the restitution and the actual drawing.

**This article:** argues that the presupposition (the square grid of the 2022 article) is erroneous. It demonstrates, again through inverse 3D reconstruction, that only by adopting the 4:3 rectangular grid do all elements — especially the full semicircular arches — align with the drawing.

## 3. Vision of Leonardo’s work

**2022 Study:** suggests that Leonardo may have approximated or reinvented the rules for practical or compositional purposes.

**This article:** reinforces the image of an extremely rigorous, systematic and engineering-minded Leonardo, who designs a constructible architecture using real units of measurement and harmonic proportions, and who is perfectly capable of controlling the “science of perspective”, going so far as to personalise and refine the Albertian method.

The 4:3 grid therefore offers an alternative explanation that resolves the “anomalies” noted by Apollonio and Foschi, making them disappear simply by changing the starting hypothesis regarding the interpretation of the perspective grid, and transforming a supposed “problem” or “error” into evidence of the coherence and precision of Leonardo’s method.

*All 3D inverse reconstructions and perspective overlays were performed in AutoCAD 2022 with a tolerance of  $\pm 0.5$  mm on the high-resolution image of the Uffizi drawing (inv. 436 E).*

## Citazioni / References

- [1] Three Points of View for the Drawing Adoration of the Magi – Unibo [https://cris.unibo.it/retrieve/e1dcb338-c06f-7715-e053-1705fe0a6cc9/heritage-0400123-v2\\_compressed.pdf](https://cris.unibo.it/retrieve/e1dcb338-c06f-7715-e053-1705fe0a6cc9/heritage-0400123-v2_compressed.pdf)
- [2] Perspective Studies on the Adoration – SciResIt <http://www.sciresit.it/article/download/13706/12029> [3] IMSS – Scientific Analysis of the Adoration of the Magi <https://brunelleschi.imss.fi.it/menteleonardo/emdl.asp?c=13419&k=1470&rif=14071&xsl=1>
- [4] Braccia | The Michelangelo Experience <https://www.michelangeloexperience.com/2010/12/braccia/>
- [5] The Trattato dell' Abbaco and Andrea Pisano's Design <https://www.cambridge.org/core/journals/renaissance-quarterly/article/trattatodellabbaco-and-andrea-pisanos-design-for-the-florentine-baptisterydoor/50D6FA88D608DA5BC13607B9F27528A7>
- [6] Ten Principles for the Study of Proportional Systems <https://journal.eahn.org/article/id/7466/>
- [7] Florentine curiosities: traces of ancient units of measurement <https://arteleonardo.com/de/blog/268/florentine-curiosities-traces-of-ancient-units-ofmeasurement>
- [8] A Florentine Arm's Length – Victoria Jayne Hayward <https://www.victoria-jaynehayward.com/2021-21-3-length/>
- [9] The Florentine arm – VoiceMap <https://voicemap.me/tour/florence/monumentalmoments-in-history-a-florence-walking-tour/sites/the-florentine-arm>
- [10] squadra1.jpg (CAD reference) [11] Golden triangle (mathematics) [https://en.wikipedia.org/wiki/Golden\\_triangle\\_\(mathematics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_triangle_(mathematics))
- [12] Golden ratio – Wikipedia [https://en.wikipedia.org/wiki/Golden\\_ratio](https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio) [13] Geometry and the Golden section – Dr Ron Knott <https://rknott.surrey.ac.uk/fibonacci/phi2DGeomTrig.html> [14] Golden Ratio in Regular Pentagon [https://www.cut-theknot.org/do\\_you\\_know/GoldenRatioInRegularPentagon.shtml](https://www.cut-theknot.org/do_you_know/GoldenRatioInRegularPentagon.shtml)
- [15] Golden Gnomon – Wolfram MathWorld <https://mathworld.wolfram.com/GoldenGnomon.html>
- [16] Golden Triangle – Geometry Calculator <https://rechneronline.de/pi/goldentriangle.php>
- [17] Divina proportione [https://en.wikipedia.org/wiki/Divina\\_proportione](https://en.wikipedia.org/wiki/Divina_proportione)
- [18] De divina proportione – Wikipedia [https://en.wikipedia.org/wiki/De\\_divina\\_proportione](https://en.wikipedia.org/wiki/De_divina_proportione)

[19] De divina proportione – Veneranda Biblioteca Ambrosiana  
<https://ambrosiana.it/en/opere/de-divina-proportione/> [20] Adoration of the Magi by Leonardo – Gallerie degli Uffizi  
<https://www.uffizi.it/en/artworks/leonardo-adoration-of-the-magi> [21] Adoration of the Magi: analysis and meaning – BeCulture  
<https://www.beculture.it/en/leonardo-adoration-of-the-magi-analysis/> [22] Leonardo da Vinci Adoration like you've never seen it – ArtTrav  
<https://www.arttrav.com/florence/leonardo-da-vinci-adoration/> [23] Perspective Studies on the Adoration – SciResIt  
<http://www.sciresit.it/article/view/13706>

(23b) Sara Taglialagamba, Leonardo & le Scale. Ipotesi per Poggio a Caiano - [CB Edizioni]

[24] Three Points of View – Unibo <https://cris.unibo.it/handle/11585/831953>  
 [25] Three Points of View – SemanticScholar  
<https://www.semanticscholar.org/paper/Three-Points-of-View-for-the-DrawingAdoration-of-Apollonio-Foschi/d64a032a966b10ccdc4a345a0c5bb49f3e6dd46f>  
 [26] Pentagon, golden ratio, angles – YouTube  
[https://www.youtube.com/watch?v=Eg\\_iKw9O0eA](https://www.youtube.com/watch?v=Eg_iKw9O0eA)  
 [27] Disegnare 60 – Apollonio, Gaiani [https://cris.unibo.it/retrieve/e1dcb335-ae4b7715-e053-1705fe0a6cc9/3964-5%20Disegnare%2060%20%20Estratto%20Apollonio,%20Gaiani\\_ok.pdf](https://cris.unibo.it/retrieve/e1dcb335-ae4b7715-e053-1705fe0a6cc9/3964-5%20Disegnare%2060%20%20Estratto%20Apollonio,%20Gaiani_ok.pdf) [28] Proceedings of the first ArCo Conference  
[https://www.academia.edu/84998721/Proceedings\\_of\\_the\\_first\\_ArCo\\_Conference](https://www.academia.edu/84998721/Proceedings_of_the_first_ArCo_Conference)  
 [29] 3D Recording, Documentation and Management  
<https://www.scribd.com/document/608110363/3D-Recording-Documentation-andManagement-of-Cultural-Heritage-Remondino-Stylianidis-Eds-2016> [30] Colour and Colorimetry Multidisciplinary Contributions  
[https://www.gruppodelcolore.org/wp-content/uploads/2019/08/ColourAndColorimetry\\_MultidisciplinaryContribution13B\\_pr o.pdf](https://www.gruppodelcolore.org/wp-content/uploads/2019/08/ColourAndColorimetry_MultidisciplinaryContribution13B_pr o.pdf)

**Leonardo's CAD - La Geometria Svelata (it/en) –**  
*From Modulus to Perspective: Leonardo's Generative Grid and the Florentine Braccio in the Adoration of the Magi. A Technical Reinterpretation of the Uffizi Drawing*

© 2025 by Giancarlo De Leo is licensed under Creative Commons AttributionNonCommercial-NoDerivatives 4.0 International. To view a copy of this license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>